Hiver 2018

Analyse d’images
IMN 259

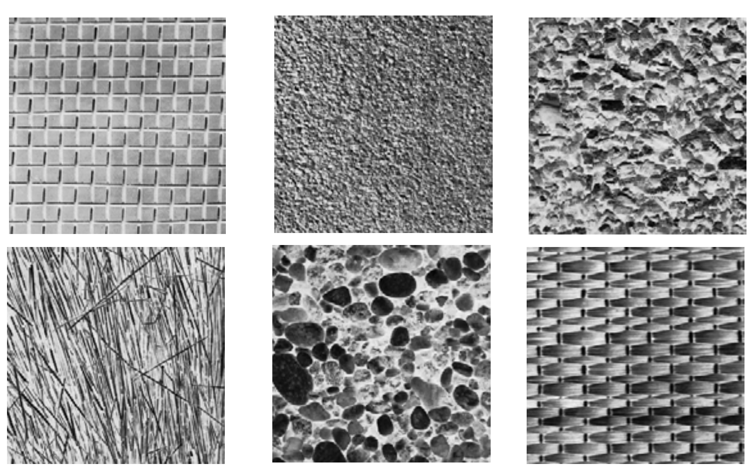
Représentation des caractéristiques

Par

Pierre-Marc Jodoin

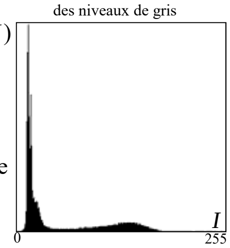
Représentation des textures

Texture: image composée d’un élément (le *texton*) qui se répète.



2

Histogramme normalisé
des niveaux de gris



Représentation des textures

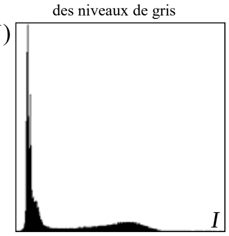
Pourquoi quantifier la « texture » d'une image? Pour faire de la segmentation, reconnaissance de contenu, indexation d'images,...
Une des façons les plus usuelles de représenter une texture est par le bias des **moments**.

Moments 1D : servent à quantifier la forme de l'histogramme de l'image.

$$m_n = \sum_{i=0}^{255} i^n p(i)$$ n-ième moment

$$\mu_n = \sum_{i=0}^{255} (i - m_1)^n p(i)$$ n-ième moment centré

Histogramme normalisé
des niveaux de gris



Représentation des textures

Les moments 1D fréquemment utilisés :

$$m_1 = \sum_{i=0}^{255} ip(i)$$ moyenne

$$\mu_2 = \sigma^2 = \sum_{i=0}^{255} (i - m_1)^2 p(i)$$ variance

$$\mu_3 = \sum_{i=0}^{255} (i - m_1)^3 p(i)$$ *Skewness* (mesure la symétrie de l'histogramme)

$$\mu_4 = \sum_{i=0}^{255} (i - m_1)^4 p(i)$$ *Kurtosis* (mesure la « platitude » de l'histogramme)

Représentation des textures

Moments 2D : servent à quantifier (grossièrement) la distribution spatiale des niveaux de gris .

$m_{pq} = \sum_x \sum_y x^p y^q f(x,y)$	n-ième moment
$\mu_{pq} = \sum_x \sum_y (x-\bar{x})^p (y-\bar{y})^q f(x,y)$	n-ième moment centré

où $\bar{x} = \dfrac{m_{10}}{m_{00}}$, $\bar{y} = \dfrac{m_{01}}{m_{00}}$ déterminent le centroïde

5

Représentation des textures

moment d'ordre 0 → 1 valeur (p=0,q=0)
moment d'ordre 1 → 2 valeurs (p=1,q=0) et (p=0,q=1)
moment d'ordre 2 → 3 valeurs (p=2,q=0), (p=0,q=2) et (p=1,q=1)

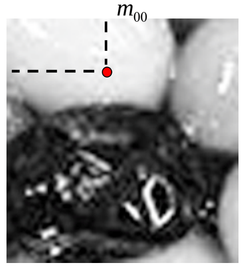
6

Représentation des textures

Moments 2D : servent à quantifier (grossièrement) la distribution spatiale des niveaux de gris .

$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}$$

$$\bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$

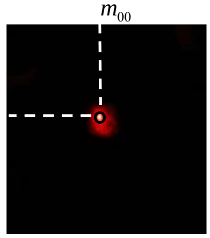


Représentation des textures

Moments 2D : très utiles pour localiser un point laser .

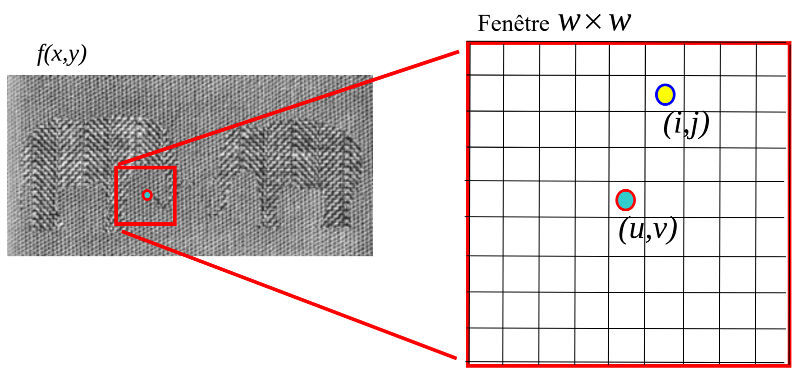
$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}$$

$$\bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$



Segmentation sur la base des textures

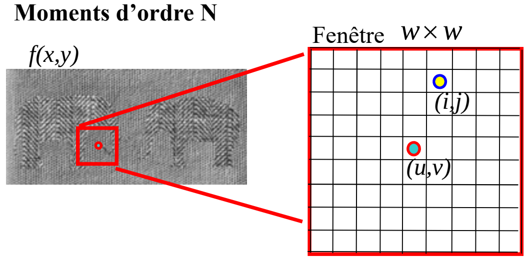
Moments d'ordre N



9

Segmentation sur la base des textures

Moments d'ordre N

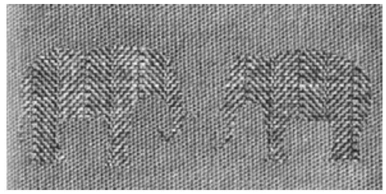


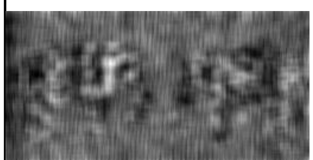
$$m_{pq}(u,v) = \sum_{i=u-w/2}^{u+w/2} \sum_{j=v-w/2}^{v+w/2} f(i,j) \cdot i_m{}^p \cdot j_m{}^q \qquad \text{où } i_m = \frac{i-u}{w},\ j_m = \frac{j-v}{w}$$

m_{pq} est un **moment d'ordre N** si **p+q=N**

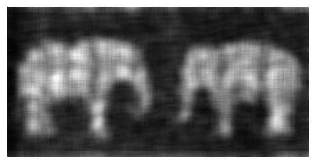
10

Représentation des textures





(p=1,q=1)

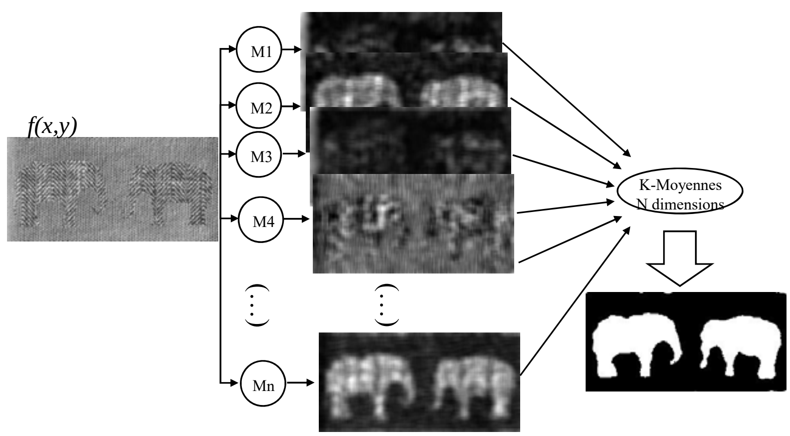


(p=2,q=0)

(p=0,q=2)

11

Segmentation sur la base des textures



Une fois les “n” images-moments obtenues, **chaque pixels est associé à n valeurs**. En d’autres mots, chaque pixel devient un point dans un espace à « n » dimensions. Si on émet l’hypothèse que les textures de l’image forment **2 nuages de points** compacts dans cet espace n-D et que chaque nuage suit une **distribution gaussienne d’écart-type égale**, alors on peut segmenter l’image à l’aide de l’algorithme des ***K-Moyennes***.

12

Représentation des textures

Il existe aussi le **moment central normalisé**

$$\eta_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{\gamma}} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{p+q}{2} + 1$$

η_{pq} est souvent utilisés pour définir des ***invariants « I »***.

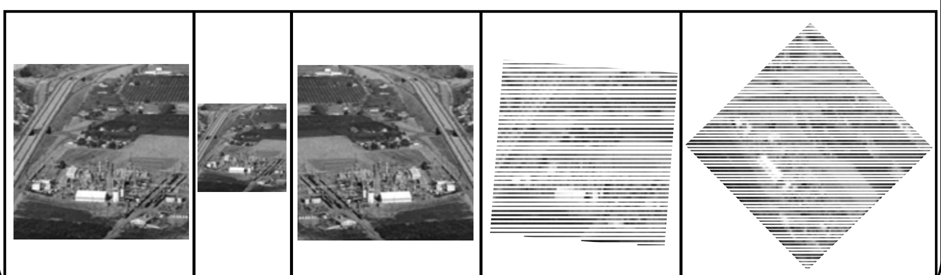
$$\begin{aligned}
I_1 &= \eta_{20} + \eta_{02} \\
I_2 &= (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + (2\eta_{11})^2 \\
I_3 &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2 \\
I_4 &= (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \\
I_5 &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + \\
&\quad (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\
I_6 &= (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03}) \\
I_7 &= (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] - \\
&\quad (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2].
\end{aligned}$$

Représentation des textures

Les invariants « *I* » retournent la même valeur

Invariant (Log)	Original	Half Size	Mirrored	Rotated 2°	Rotated 45°
ϕ_1	6.249	6.226	6.919	6.253	6.318
ϕ_2	17.180	16.954	19.955	17.270	16.803
ϕ_3	22.655	23.531	26.689	22.836	19.724
ϕ_4	22.919	24.236	26.901	23.130	20.437
ϕ_5	45.749	48.349	53.724	46.136	40.525
ϕ_6	31.830	32.916	37.134	32.068	29.315
ϕ_7	45.589	48.343	53.590	46.017	40.470

[Gonzalez et Woods]



Représentation des textures

Le problème avec les métriques basées sur les moments est qu'elles contiennent peu ou pas d'information quant à la *distribution spatiale* des niveaux de gris. Une façon de ramener cette information est d'utiliser la **matrice de co-occurrence**.

Image 5x5 ayant 3 niveaux de gris différents

0	0	0	1	2
1	1	0	1	1
2	2	1	0	0
1	1	0	2	0
0	0	1	0	1

Matrice de co-occurrence

$$\begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} = A$$

$$\theta = 0$$

$A(0,0)$: Le nombre de fois qu'un pixel d'intensité 0 était à la droite d'un pixel d'intensité 0 est 4

$A(2,1)$: Le nombre de fois qu'un pixel d'intensité 2 était à la droite d'un pixel d'intensité 1 est 1

Plus les valeurs le long de la diagonale sont élevées, plus la texture est uniforme (et vice-versa).

Représentation des textures

On peut remplacer A par une matrice de probabilité « c » qu'on appelle la **matrice de co-occurrence**:

$$c = \frac{A}{\sum_{i,j} A(i,j)}$$

$$c = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} / 20$$

À l'aide de « c », on peut représenter d'autres statistiques

$\max_{i,j}(c(i,j))$ probabilité maximum

$\sum_i \sum_j (i-j)^k c(i,j)$ caractérise dans quelle mesure les données dans « c » se distribuent le long de la diagonale.

$\sum_i \sum_j (c(i,j))^2$ Mesure d'*uniformité*. Est maximum lorsque toutes les entrées dans « c » sont égales

$\sum_i \sum_j c(i,j) \log(c(i,j))$ *Entropie,* mesure le désordre, *c-à-d* est maximum lorsque **c(i,j)=random**

Représentation d'une courbe

17

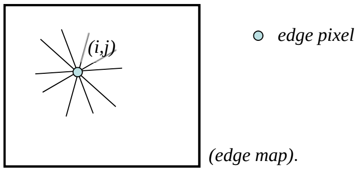
Représentation d'une courbe

Transformée de Hough

Trouver les segments de droites (ou autres courbes) présentes dans une image binaire *(edge map)*.

*(carte de contours **filiformes**).*

Pour Hough, si un pixel (i,j) est blanc dans la carte de contours, cela signifie qu'une droite passe par (i,j). Puisque Hough ne tient **pas compte des voisins** de (i,j), il ne peut connaître avec précision l'orientation de cette droite. Il considère donc toutes les droites possibles.

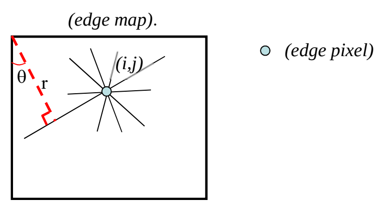


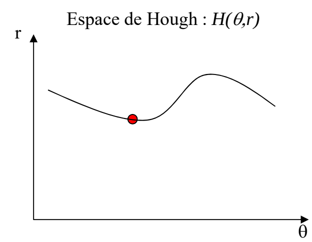
(edge map).

18

Représentation d’une courbe

Transformée de Hough





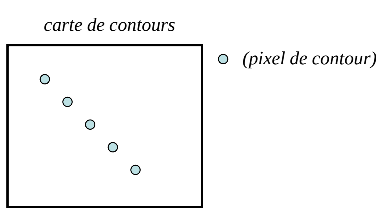
Chaque droite pouvant potentiellement passée par (i,j) peut se représenter comme suit :

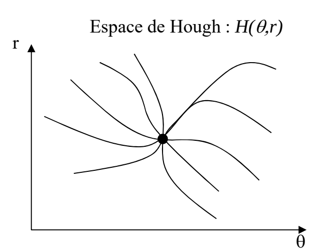
$$\boxed{r = i\cos(\theta) + j\sin(\theta)}$$

Puisqu’il existe un nombre infini de courbes pouvant passer par un pixel (i,j), chaque *pixel de contour* dans la *carte de contours* correspond à une courbe de valeurs dans l’espace de Hough.

Représentation d’une courbe

Transformée de Hough



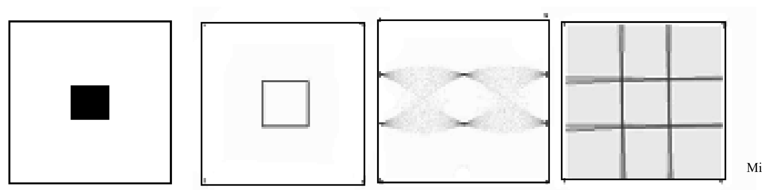


À chaque *pixel de contour* d’une même ligne dans la carte de contours correspond une courbe dans l’espace de Hough. Ces différents courbes se croisent en un point.

Représentation d'une courbe

Transformée de Hough

exemple



Mignotte

Image d'entrée *f(x,y)* | Carte de contours *c(x,y)* | Transformée de Hough (Espace $H(\theta,r)$) | Principales lignes reconstruites

21

Algorithme C1

Transformée de Hough

$c(x,y) = \text{DÉTECTION\_CONTOURS\_CANNY}\big(f(x,y), \tau_1, \tau_2\big)$

$H(\theta, r) = 0 \qquad \forall\, \theta, r$

POUR CHAQUE pixel (x, y) FAIRE

    SI $c(x,y) > 0$ ALORS

        /* Incrémenter $H(\theta, r)$ */

        POUR θ allant de - 90 à 90 FAIRE

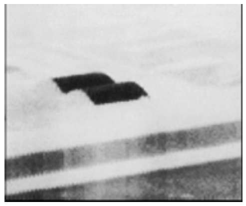
            $r = x\cos(\theta) + y\sin(\theta);$

            $H(\theta + 90, r) = H(\theta + 90, r) + 1;$

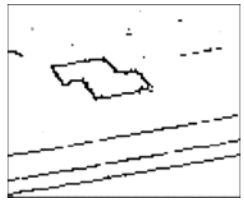
22

Représentation d’une courbe

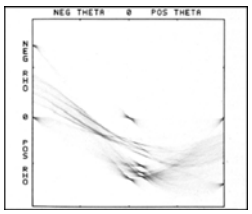
Transformée de Hough



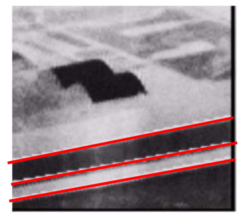
(a) Image originale



(b) *Carte de contours*



(c) Transformée de Hough (espace $H(\theta,r)$)



Gonzalez-Woods

(d) Lignes correspondant aux trois points d’accumulation les plus élevés dans (c)

23

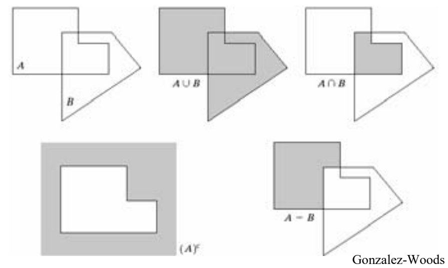
Les opérateurs morphologiques

Traitement d’images binaires

24

Les opérateurs morphologiques

Notions de base : la théorie des ensembles



Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques sont des fonctions traitant des images binaires à l'aide de la théorie des ensembles.

Pourquoi? car c'est **simple** et **rapide.**

$A \bigcup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$	Union
$A \bigcap B = \{x \mid x \in A \text{ et } x \in B\}$	Intersection
$A^c = \{x \mid x \notin A\}$	Complément
$A - B = \{x \mid x \in A \text{ et } x \notin B\}$	Soustraction
$A_t = \{x \mid x = a + t, a \in A\}$	Translation
$\hat{A} = \{x \mid -x \in A\}$	Inversion

25

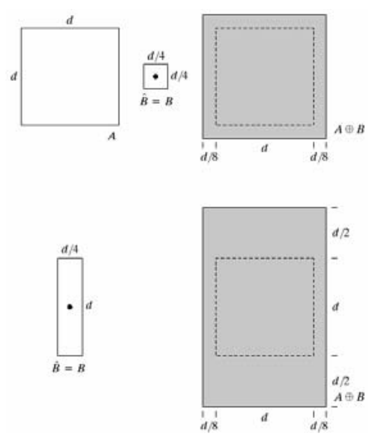
Les opérateurs morphologiques

Dilatation

$$A \oplus B = \{x \mid B_x \bigcap A \neq \phi\}$$

Ensemble de tous les pixels « x » tel que B translaté de x CHEVAUCHE A

B: élément structurant



Gonzalez-Woods

26

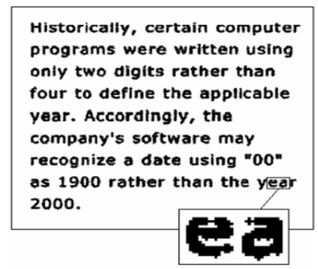
Les opérateurs morphologiques

Dilatation

(a) Image originale

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

(b) Élément structurant



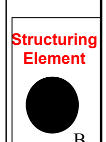
(c) Résultat de la dilatation

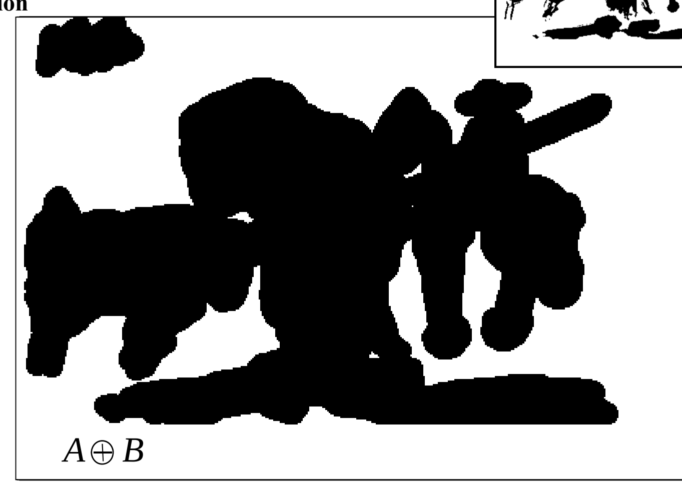
Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

Dilatation

A





Pablo Picasso, *Pass with the Cape*, 1960

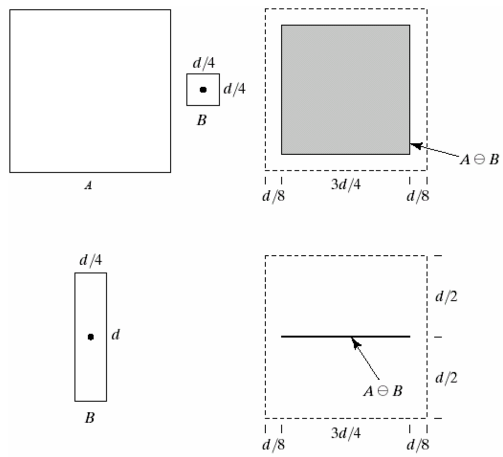
John Goutsias

Les opérateurs morphologiques

Érosion

$$A \ominus B = \{x \mid B_x \subseteq A\}$$

Ensemble de tous les pixels « x » tel que B translaté de x est ENTIÈREMENT contenu dans A



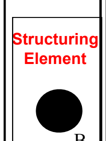
Gonzalez-Woods

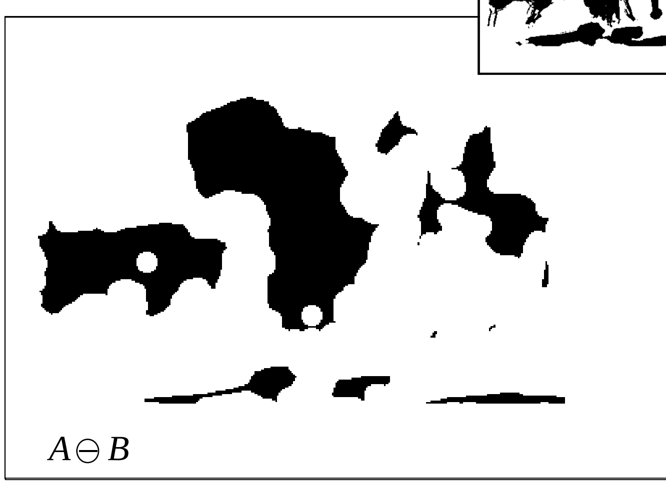
29

Les opérateurs morphologiques

Érosion

A





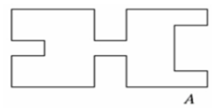
Pablo Picasso, *Pass with the Cape*, 1960

30
John Goutsias

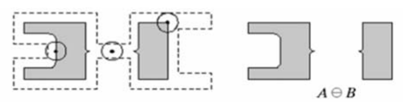
Les opérateurs morphologiques

Ouverture = érosion + dilatation

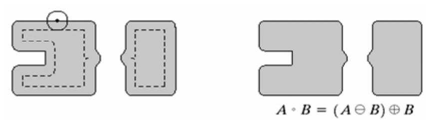
$$\boxed{A \circ B = (A \ominus B) \oplus B}$$



(a) Image originale



(b) Érosion



(c) Ouverture : Dilatation de l'érosion

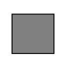
31

Gonzalez-Woods

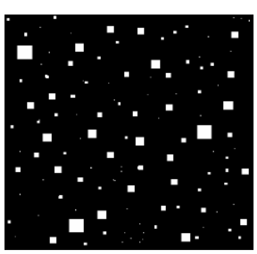
Les opérateurs morphologiques

Ouverture = érosion + dilatation

Application de l'ouverture : localiser les "gros objets dans la scène"

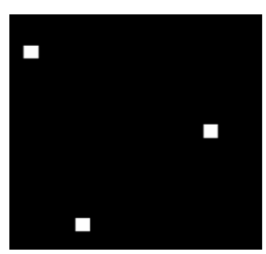
Élément structurant 

$$\boxed{A \circ B = (A \ominus B) \oplus B}$$



(a) Image originale

(b) Résultat de l'érosion avec un élément structurant 13 × 13



(c) Application de la dilatation pour retrouver la taille originale

32

Gonzalez-Woods

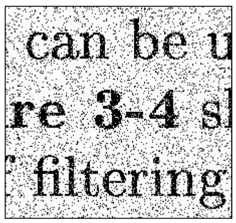
Les opérateurs morphologiques

Ouverture = érosion + dilatation

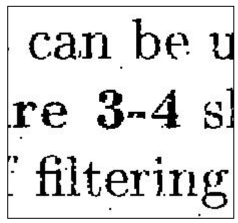
Application de l'ouverture : filtrer des pixels noirs isolés

Élément structurant

$$\boxed{A \circ B = (A \ominus B) \oplus B}$$



(a) Image originale



(b) Ouverture

Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

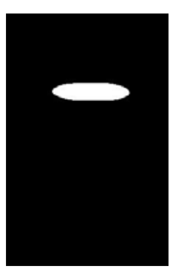
Ouverture = érosion + dilatation

$$\boxed{A \circ B = (A \ominus B) \oplus B}$$

Application de l'ouverture : localiser les "objets horizontaux, diagonaux et verticaux"

(a) Image originale

Élément structurant

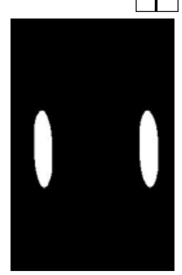


(b) ouverture avec élément structurant horizontal

Élément structurant

(c) Ouverture avec élément structurant diagonal

Élément structurant



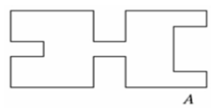
(c) Ouverture avec élément structurant vertical

http://www.mmorph.com/handson/handson/fig/hofig2s14.html

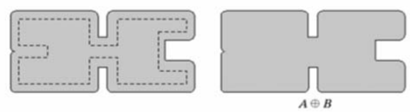
Les opérateurs morphologiques

Fermeture = dilatation + érosion

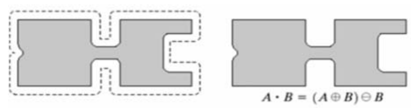
$\boxed{A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B}$



(a) Image originale



(b) Dilatation



(c) Fermeture : Érosion de la dilatation

35
Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

Fermeture = dilatation + érosion

$\boxed{A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B}$

Application : remplir des trous

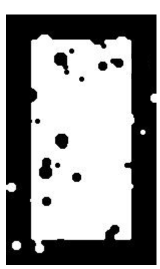
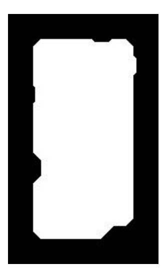


Image originale

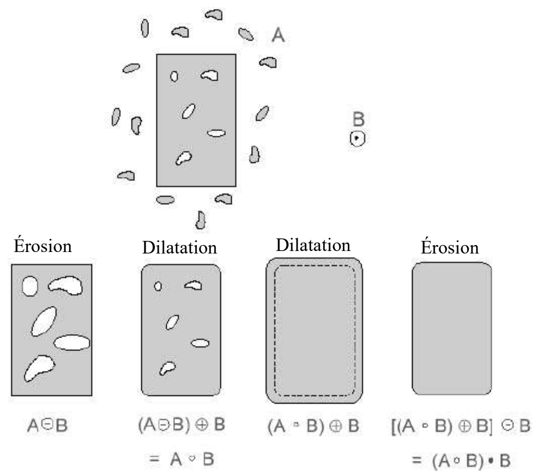


Fermeture

36
Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

(Ouverture + Fermeture)



37

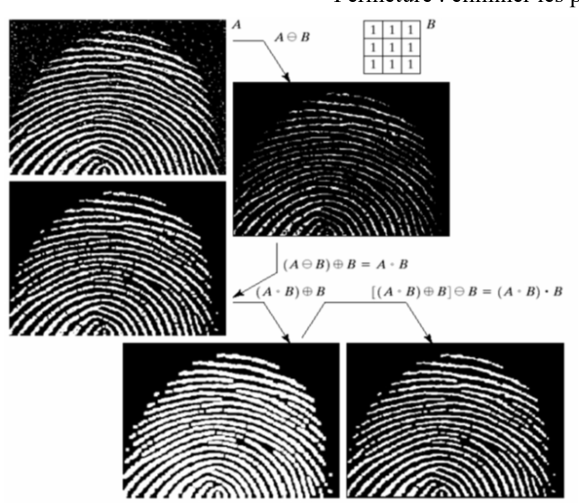
Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

Ouverture + Fermeture

Ouverture : éliminer les points blancs isolés

Fermeture : éliminer les points noirs isolés

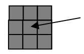


38

Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

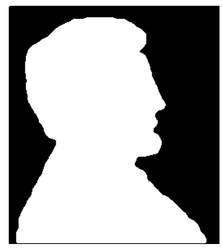
détection de contours



Origine

B: élément structurant

Image originale : A



Dilatation : D

Edge map : C

$$C = D - A$$

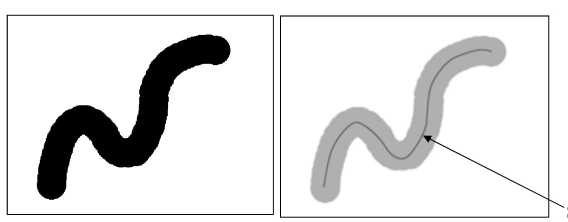
$$C = (A \oplus B) - A$$

39

Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

Extraction du squelette (axe central d’un objet)



Squelette

40

Les opérateurs morphologiques

Extraction du squelette (axe central d'un objet)

Original

Erosion

Multiple Erosion = Skeleton

On applique une série d'érosions jusqu'à ce qu'on obtienne des segments filiformes.

$$X_k = X_{k-1} - B \quad \text{avec } X_0 = A,\ k \text{ itérateur}$$

$$X_k = (((A \ominus B) \ominus B) \ominus B) \ominus ...) \ominus B)$$

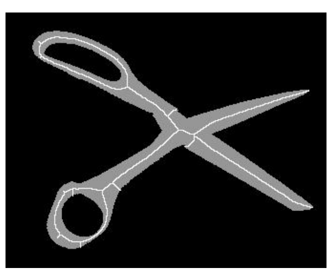
41

Les opérateurs morphologiques

Extraction du squelette (axe central d'un objet)

$$X_k = X_{k-1} \oplus B \quad \text{avec } X_0 = A,\ k \text{ itérateur}$$

$$X_k = (((A \ominus B) \ominus B) \ominus B) \ominus ...) \ominus B)$$



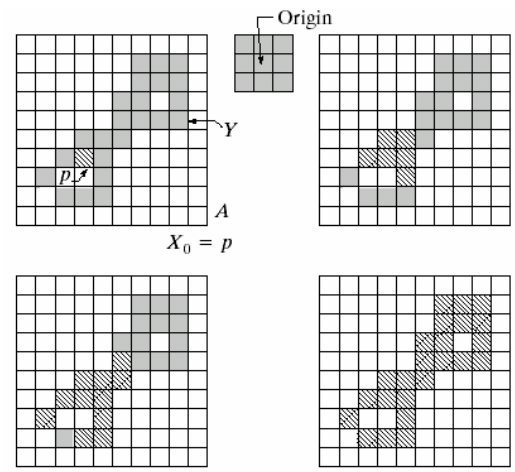
42

http://www.mmorph.com/handson/handson/fig/hofig4s8.html

Les opérateurs morphologiques

Extraction de composantes connexes

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A \quad \text{avec } X_0 = A,\ k \text{ itérateur}$$

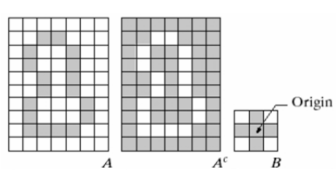


43
Gonzalez-Woods

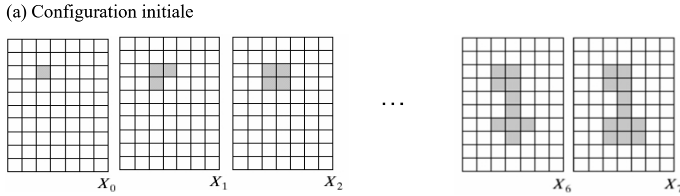
Les opérateurs morphologiques

Remplissage de régions

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \quad \text{avec } X_0 = A,\ k \text{ itérateur}$$



(a) Configuration initiale



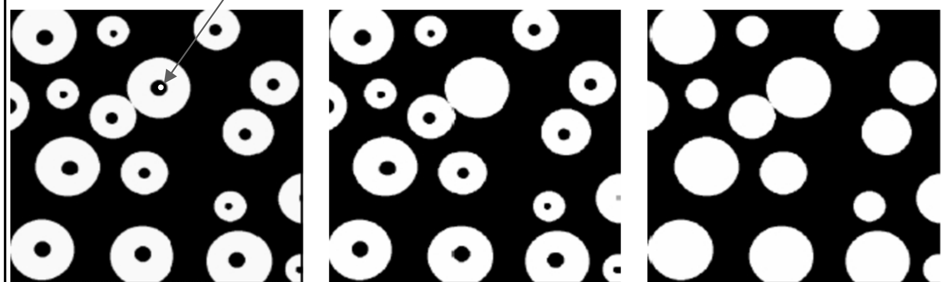
(b) Diverses étapes du processus

44
Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

Remplissage de régions

Point initial, « *seed* ».



(a) Image originale

(b) Résultat du remplissage de un des trous

(c) Tous les trous sont remplis un après l'autre

Gonzalez-Woods

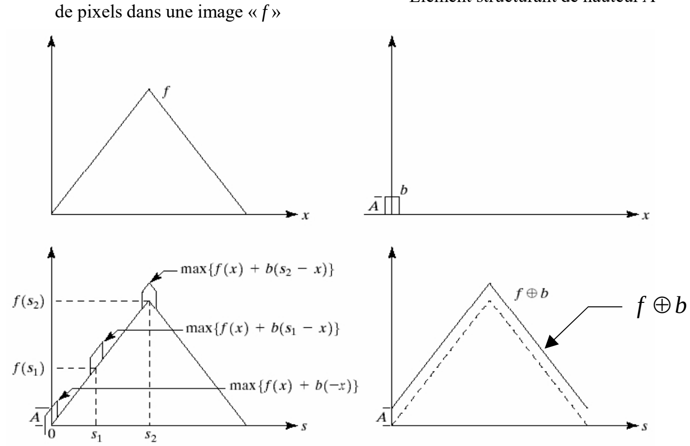
Les opérateurs morphologiques

Et pour les images en niveaux de gris?

Dilatation

Les niveaux de gris d'une rangée de pixels dans une image « *f* »

Élément structurant de hauteur *A*

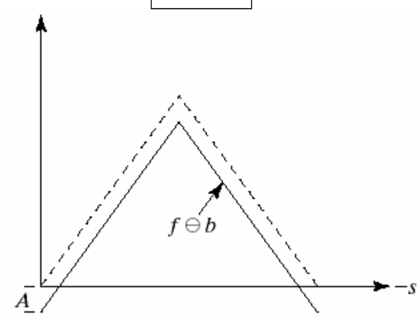


Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

Et pour les images en niveaux de gris?

Érosion



47
Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

Et pour les images en niveaux de gris?

Image originale

Dilatation ($f \oplus b$)

Érosion ($f \ominus b$)

48
Gonzalez-Woods

Les opérateurs morphologiques

Et pour les images en niveaux de gris?

Ouverture

Résultat de l'ouverture : les détails clairs sont disparus

$f \circ b = ((f \ominus b) \oplus b)$

Fermeture

Résultat de la fermeture : les détails foncés sont disparus

$f \bullet b = ((f \oplus b) \ominus b)$

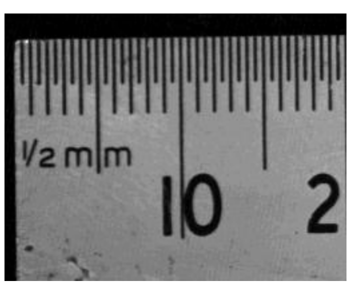
49

Gonzalez-Woods

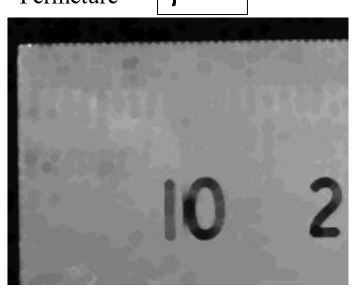
Les opérateurs morphologiques

Et pour les images en niveaux de gris?

Application de la fermeture : éliminer les petits détails sombres



Fermeture $\boxed{f \bullet b}$



50

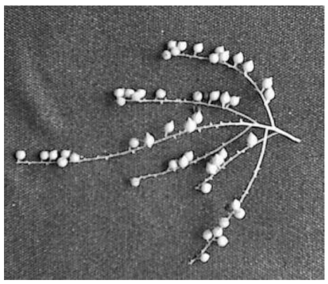
http://www.mmorph.com/handson/handson/fig/hofig5s34.html

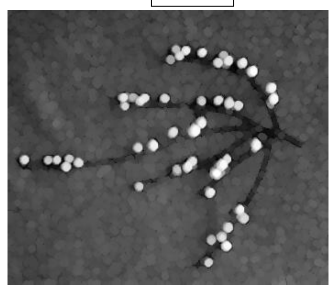
Les opérateurs morphologiques

Et pour les images en niveaux de gris?

Application de l'ouverture et de la fermeture: éliminer de petits détails clairs

Ouverture $\boxed{f \circ b}$





51

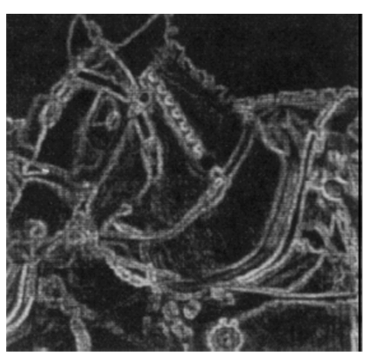
http://www.mmorph.com/handson/handson/fig/hofig5s29.html

Les opérateurs morphologiques

Et pour les images en niveaux de gris?

Une autre application : le gradient morphologique

$$(f \oplus b) - (f \ominus b)$$



52

http://www.mmorph.com/handson/handson/fig/hofig5s29.html