



**Département de mathématiques**  
**MAT 115 – Logique et mathématiques discrètes**

**Plan d'activité pédagogique**  
**Hiver 2019**

---

**Enseignant****Martin Beaudry, département d'informatique**

---

Courriel :	<a href="mailto:Martin.Beaudry@USherbrooke.ca">Martin.Beaudry@USherbrooke.ca</a>
Local :	D4-1010-9
Téléphone :	(819) 821-8000 poste 62016
Site :	<a href="http://info.usherbrooke.ca/mbeaudry/Ens-mat115.html">http://info.usherbrooke.ca/mbeaudry/Ens-mat115.html</a>
Disponibilité :	flexible ; prendre rendez-vous par courriel

---

**Responsable(s)** : Marc Frappier, Martin Beaudry

---

**Horaire**

Exposé magistral :	Mardi	14h30 à 15h20	salle à déterminer
	Mercredi	13h30 à 15h20	salle à déterminer
Exercices/laboratoires :	Vendredi	10h30 à 12h20	salle à déterminer

---

**Description officielle de l'activité pédagogique**<sup>1</sup>

**Cibles de formation :** Acquérir la capacité d'abstraction jugée suffisante pour la poursuite d'études universitaires en sciences; se familiariser avec les différentes techniques de preuve existantes et avec les concepts fondamentaux nécessaires à la réalisation de telles preuves; être apte à mathématiser les idées exprimées dans une langue naturelle.

**Contenu :** Logique : calcul propositionnel et algèbre de Boole, calcul des prédicats. Dédution naturelle. Ensemble, relation, fonction, séquence : opérateurs et propriétés. Techniques de preuve : preuve par l'absurde (contradiction, contraposée), induction et déduction; induction mathématique. Automates finis déterministes et non déterministes, traduction d'un automate non déterministe en un automate déterministe, minimisation d'un automate.

**Crédits** 3  
**Organisation** 3 heures d'exposé magistral par semaine  
2 heure d'exercices par semaine  
4 heures de travail personnel par semaine  
**Préalable** aucun  
**Particularités** aucune

---

1. <https://www.usherbrooke.ca/admission/fiches-cours/MAT115/>

# 1 Présentation

Cette section présente les cibles de formation spécifiques et le contenu détaillé de l'activité pédagogique. Cette section, non modifiable sans l'approbation d'un comité de programme du Département d'informatique, constitue la version officielle.

## 1.1 Mise en contexte

La logique est au centre du développement des sciences et du bon fonctionnement de la société en général. L'humain est capable de raisonnement, c'est-à-dire de déduire des faits ou de nouvelles connaissances, à partir d'autres faits. On qualifie d'esprit "logique" une personne capable d'agir avec cohérence et rigueur, de *raisonner* correctement. Les mathématiques constituent le langage commun des sciences, et la logique est le fondement des mathématiques. L'informatique a été fondée dans les années 30 en tenant de résoudre un problème fondamental de la logique, proposé par Hilbert et Ackermann en 1928, soit de déterminer si une formule quelconque est un théorème. Ce problème a été résolu par Alonzo Church et Alan Turing, de manière indépendante, en 1935 et 1936. Ils ont démontré que cela était impossible en général. Ces travaux ont nécessité le développement de la notion d'*algorithme* et d'*ordinateur*, sous la forme de la machine de Turing (par Turing) et du lambda calcul (par Church et Kleene). La logique date d'Aristote, mais sa version moderne date de la fin du 19<sup>ième</sup> au début du 20<sup>ième</sup> siècle. Ses pionniers furent Boole, De Morgan, Frege, Peano, Peirce, Whitehead, Russell, Hilbert, Ackermann, Gödel, ainsi que plusieurs autres.

La logique permet principalement deux choses, soit d'*exprimer* de manière *formelle* des faits, et de *déduire* de manière *formelle* de nouveaux faits. La logique est utilisée dans tous les domaines de l'informatique. Tous les langages de programmation utilisent les connecteurs (c'est-à-dire opérateurs) de la logique propositionnelle. Les méthodes les plus avancées pour déterminer la correction d'un logiciel (c'est-à-dire vérifier qu'un logiciel fait bien ce qu'il est supposé faire, vérifier qu'un logiciel est correct, vérifier qu'un logiciel ne contient pas de faute (*bug*)) sont fondées sur la logique. Les logiciels contrôlent maintenant une foule d'objets comme des trains, des avions, des autos, des centrales nucléaires, des stimulateurs cardiaques, des appareils de radiologie. Une erreur dans ces logiciels peut entraîner des conséquences dramatiques pour les humains et l'environnement. L'étude de leur correction est primordiale. Cela ne serait possible sans la logique. Les opérations les plus élémentaires d'un ordinateur (opérations arithmétiques) sont exprimées en logique propositionnelle. Le fonctionnement de base d'un ordinateur est fondée sur l'algèbre de Boole, qui est essentiellement la même chose que la logique propositionnelle. Une algèbre permet de faire des calculs, c'est-à-dire appliquer des opérateurs à des opérandes. La logique permet aussi de faire des calculs, comme déterminer si une formule est vraie ou fautive pour une interprétation donnée, mais aussi de déduire de nouvelles formules.

## 1.2 Cibles de formation spécifiques

À la fin de cette activité pédagogique, l'étudiante ou l'étudiant sera capable :

1. de traduire des exigences exprimées en langue naturelle en une représentation formelle à l'aide la logique et des mathématiques discrètes (ensemble, relation, fonction);
2. de manipuler des formules de logique du premier ordre à l'aide d'un outil comme ProB ou Alloy;
3. de prouver une formule de logique du premier ordre en utilisant un système formel d'inférence comme la déduction naturelle et un outil pédagogique d'apprentissage de la preuve comme Panda;
4. de prouver une formule de logique du premier ordre en utilisant une notation rigoureuse pour exprimer des preuves faites par un humain, comme par exemple la notation de Gries et Schneider;
5. de modéliser des langages simples à l'aide d'automates finis déterministes ou non déterministes, de construire un automate fini déterministe à partir d'un d'automate fini non déterministe et de construire l'automate fini déterministe minimal à partir d'un d'automate fini déterministe.

### 1.3 Contenu détaillé

Thème	Contenu	Heures	Objectifs	Travaux
1	Logique propositionnelle : syntaxe, tables de vérité, tautologies, cohérence, règles d'inférence de la déduction naturelle, preuve, formes normales conjonctive et disjonctive.	6	1, 2, 3, 4	TP
2	Logique du premier ordre : syntaxe, substitution, tautologies, règles d'inférence de la déduction naturelle, preuve.	6	1, 2, 3, 4	TP
3	Ensemble, relation et fonction : opérateurs, classes de fonction (partielle, totale, injective, surjective, bijective), propriétés des relations (réflexive, irreflexive, totale, transitive, symétrique, antisymétrique, surjective, pré-ordre, équivalence, ordre, ordre strict, bien fondée, acyclique), dénombrement (arrangement, combinaison), suites (arithmétiques, géométriques), définition par récurrence.	9	1, 2, 3, 4	TP
4	Autres types de preuve : preuve par induction, preuve exprimée en langage naturel, preuve dans le style équationnel.	9	1, 2, 3, 4	TP
5	Automates : automates finis déterministes et non déterministes, traduction d'un automate non déterministe en un automate déterministe, minimisation d'un automate.	9	5	TP

1. Le cours doit comporter un minimum de 6 travaux pratiques sur les sujets indiqués dans le tableau.

## 2 Organisation

Cette section propre à l'approche pédagogique de chaque enseignante ou enseignant présente la méthode pédagogique, le calendrier, le barème et la procédure d'évaluation ainsi que l'échéancier des travaux. Cette section doit être cohérente avec le contenu de la section précédente.

### 2.1 Méthode pédagogique

Une semaine typique fonctionne de la manière suivante :

1. le vendredi en après-midi, le professeur rend publics les documents à lire pour la semaine suivante (sections de livre et notes dactylographiées) ainsi que l'énoncé d'un devoir à remettre au plus tard à la fin de la séance d'exercices du vendredi suivant ;
2. le mercredi de la semaine suivante, le cours commence par un test de mémoire et d'exercices simples, d'une quinzaine de minutes, concernant les lectures spécifiées le vendredi précédent ; pendant le reste du cours le professeur présente des exemples et répond aux questions ;
3. le jeudi, le professeur poursuit la présentation d'exemples et répond aux questions ;
4. le vendredi, les étudiants et étudiantes terminent la rédaction de leur devoir, qu'ils remettent au plus tard à la fin de la séance ; le professeur ou le chargé d'exercices est à leur disposition pour répondre à leurs questions et présenter des exemples supplémentaires.

Le temps consacré par les étudiantes et les étudiants à la lecture et à la préparation pour les cours constitue donc une partie importante des heures de travail à domicile.

En début de trimestre et en raison de l'annulation de certains cours, la première, la quatrième et la quatorzième semaines du trimestre seront structurées différemment.

*Note : pour poser des questions en-dehors des cours, on recommande l'utilisation du courrier électronique.*

### 2.2 Calendrier

Semaine	Contenu	Thème	Remarques
1 8, 9, 11 janvier	Logique propositionnelle	1	
2 15, 16, 18	Logique propositionnelle	1	
3 22, 23, 25	Logique du premier ordre	2	
4 29 et 1er janvier-février	Logique du premier ordre	2	pas de cours le 30
5 5, 6, 8	Ensembles	3	
6 12, 13, 15	Relations	3	
7 19, 20, 22	Fonctions	3	
8 26, 27, 1er février-mars	Examen périodique		pas de cours
9			Relâche
10 12, 13, 15	Preuves, récurrences	4	
11 19, 20, 22	Preuves, récurrences	4	
12 26, 27, 29	Preuves, récurrences	4	
13 2, 3, 5 avril	Automates finis	5	
14 9 et 10	Automates finis	5	
15-16	Examen final		

## 2.3 Évaluation

tests	10 %
devoirs et travaux pratiques	30 %
examen mi-session	30 %
examen final	30 %

Conformément au règlement facultaire d'évaluation des apprentissages<sup>2</sup>, l'enseignant peut retourner à l'étudiante ou à l'étudiant tout travail non conforme aux exigences quant à la qualité de la langue et aux normes de présentation. Le plagiat consiste à utiliser des résultats obtenus par d'autres personnes afin de les faire passer pour siens et dans le dessein de tromper l'enseignant. Si une preuve de plagiat est attestée, elle sera traitée en conformité, entre autres, avec l'article 9.4.1 du Règlement des études<sup>3</sup> de l'Université de Sherbrooke. L'étudiante ou l'étudiant peut s'exposer à de graves sanctions, dont automatiquement une note de zéro (0) au devoir ou à l'examen en question.

Ceci n'indique pas que vous n'avez pas le droit de coopérer entre deux équipes tant que la rédaction finale des documents et la création du programme restent le fait de votre équipe. En cas de doute de plagiat, l'enseignant peut demander à l'équipe d'expliquer les notions ou le fonctionnement du code qu'il considère comme étant plagié. En cas de doute, ne pas hésiter à demander conseil et assistance à l'enseignant afin d'éviter toute situation délicate par la suite.

## 2.4 Échéancier des travaux

Les directives, la date de remise et le barème relatifs aux devoirs seront connus à la remise de l'énoncé de chaque devoir aux étudiantes ou aux étudiants. Les travaux remis par courriel ne seront pas considérés. La remise des devoirs s'effectue au jour et à l'heure spécifiés. Les travaux remis en retard ne seront pas corrigés et recevront automatiquement la note zéro.

**Directives particulières :**

## 2.5 Utilisation d'appareils électroniques et du courriel

Selon le règlement complémentaire des études, section 4.2.3<sup>4</sup>, l'utilisation d'ordinateurs, de cellulaires ou de tablettes pendant une prestation est interdite à condition que leur usage soit explicitement permise dans le plan de cours. Dans ce cours le règlement 4.2.3 s'applique à moins d'avoir obtenu personnellement l'autorisation du professeur. Cette permission peut être retirée en tout temps, si l'appareil n'est pas utilisé uniquement à des fins d'apprentissage.

Tel qu'indiqué dans le règlement universitaire des études, section 4.2.3<sup>5</sup>, toute utilisation d'appareils de captation de la voix ou de l'image exige la permission du professeur.

**Note :** L'utilisation du courrier électronique est recommandée pour poser vos questions.

## 3 Matériel nécessaire pour l'activité pédagogique

Le cours utilise le livre de Marchand à titre de manuel obligatoire. On utilisera aussi des notes de cours, disponibles sur la page du cours.

2. [https://www.usherbrooke.ca/sciences/fileadmin/sites/sciences/Etudiants\\_actuels/Informations\\_academiques\\_et\\_reglements/2017-10-27\\_Reglement\\_facultaire\\_-\\_evaluation\\_des\\_apprentissages.pdf](https://www.usherbrooke.ca/sciences/fileadmin/sites/sciences/Etudiants_actuels/Informations_academiques_et_reglements/2017-10-27_Reglement_facultaire_-_evaluation_des_apprentissages.pdf)

3. <https://www.usherbrooke.ca/registraire/droits-et-responsabilites/reglement-des-etudes/>

4. [https://www.usherbrooke.ca/sciences/fileadmin/sites/sciences/documents/Intranet/Informations\\_academiques/Sciences\\_Reglement\\_complementaire\\_2017-05-09.pdf](https://www.usherbrooke.ca/sciences/fileadmin/sites/sciences/documents/Intranet/Informations_academiques/Sciences_Reglement_complementaire_2017-05-09.pdf)

5. <https://www.usherbrooke.ca/registraire/droits-et-responsabilites/reglement-des-etudes/>

## 4 Références

- [1] J.-R. ABRIAL : *The B-book : Assigning Programs to Meanings*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 1996. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [2] M. FRAPPIER : *Logique et mathématiques discrètes — Notes de cours*. Département d'informatique, Université de Sherbrooke, 2016. Manuel disponible sur le Web : <http://info.usherbrooke.ca/mfrappier/mat115/ref/mat115-notes-de-cours.pdf>.
- [3] D. GRIES et F. B. SCHNEIDER : *A Logical Approach to Discrete Math*. Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, 1993. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [4] Daniel JACKSON : *Software Abstractions : Logic, Language, and Analysis*. The MIT Press, 2012. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [5] R. LALEMENT : *Logique, réduction, résolution*. Masson, Paris, 1990. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [6] M. MARCHAND : *Outils mathématiques pour l'informaticien : mathématiques discrètes : cours et exercices corrigés*. Bruxelles : De Boeck, 2005. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [7] K. H. ROSEN : *Discrete Mathematics and Its Applications, Fourth Edition*. McGraw-Hill, 1999. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [8] T. A. SUDKAMP : *Languages and Machines : An Introduction to the Theory of Computer Science, Third Edition*. Addison Wesley, 2005. Manuel disponible à la bibliothèque.

## L'intégrité intellectuelle passe, notamment, par la reconnaissance des sources utilisées. À l'Université de Sherbrooke, on y veille!

---

### Extrait du Règlement des études (Règlement 2575-009)

#### 9.4.1 DÉLITS RELATIFS AUX ÉTUDES

Un délit relatif aux études désigne tout acte trompeur ou toute tentative de commettre un tel acte, quant au rendement scolaire ou une exigence relative à une activité pédagogique, à un programme ou à un parcours libre.

Sont notamment considérés comme un délit relatif aux études les faits suivants :

- a) commettre un plagiat, soit faire passer ou tenter de faire passer pour sien, dans une production évaluée, le travail d'une autre personne ou des passages ou des idées tirés de l'œuvre d'autrui (ce qui inclut notamment le fait de ne pas indiquer la source d'une production, d'un passage ou d'une idée tirée de l'œuvre d'autrui);
  - b) commettre un autoplagiat, soit soumettre, sans autorisation préalable, une même production, en tout ou en partie, à plus d'une activité pédagogique ou dans une même activité pédagogique (notamment en cas de reprise);
  - c) usurper l'identité d'une autre personne ou procéder à une substitution de personne lors d'une production évaluée ou de toute autre prestation obligatoire;
  - d) fournir ou obtenir toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle, pour une production faisant l'objet d'une évaluation;
  - e) obtenir par vol ou toute autre manœuvre frauduleuse, posséder ou utiliser du matériel de toute forme (incluant le numérique) non autorisé avant ou pendant une production faisant l'objet d'une évaluation;
  - f) copier, contrefaire ou falsifier un document pour l'évaluation d'une activité pédagogique;
- [...]

#### Par plagiat, on entend notamment :

- Copier intégralement une phrase ou un passage d'un livre, d'un article de journal ou de revue, d'une page Web ou de tout autre document en omettant d'en mentionner la source ou de le mettre entre guillemets;
- reproduire des présentations, des dessins, des photographies, des graphiques, des données... sans en préciser la provenance et, dans certains cas, sans en avoir obtenu la permission de reproduire;
- utiliser, en tout ou en partie, du matériel sonore, graphique ou visuel, des pages Internet, du code de programme informatique ou des éléments de logiciel, des données ou résultats d'expérimentation ou toute autre information en provenance d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans en citer les sources;
- résumer ou paraphraser l'idée d'un auteur sans en indiquer la source;
- traduire en partie ou en totalité un texte en omettant d'en mentionner la source ou de le mettre entre guillemets ;
- utiliser le travail d'un autre et le présenter comme sien (et ce, même si cette personne a donné son accord);
- acheter un travail sur le Web ou ailleurs et le faire passer pour sien;
- utiliser sans autorisation le même travail pour deux activités différentes (autoplagiat).

---

## Autrement dit : mentionnez vos sources

---