



**Département d'informatique**  
**MAT 115 – Logique et mathématiques discrètes**

**Plan de cours**  
**Hiver 2018**

---

**Enseignant**

---

Courriel :	<a href="mailto:Martin.Beaudry@USherbrooke.ca">Martin.Beaudry@USherbrooke.ca</a>
Local :	D4-1010-9
Téléphone :	(819) 821-8000 poste 62016
Site :	<a href="http://www.usherbrooke.ca/informatique/personnel/professeurs/professeurs/martin-beaudry/">http://www.usherbrooke.ca/informatique/personnel/professeurs/professeurs/martin-beaudry/</a>
Disponibilité :	sur rendez-vous

---

---

**Horaire**

Exposé magistral :	mercredi	13 h 30 à 15 h 20	salle à déterminer
Exercices/laboratoires :	vendredi	10 h 30 à 12 h 20	salle D4-2019

---

---

**Description officielle de l'activité pédagogique <sup>1</sup>****Objectifs**

1. Acquérir la capacité d'abstraction jugée suffisante pour la poursuite d'études universitaires en sciences.
2. Se familiariser avec les différentes techniques de preuve existantes et avec les concepts fondamentaux nécessaires à la réalisation de telles preuves.
3. Être apte à mathématiser les idées exprimées dans une langue naturelle.

**Contenu**

Logique : calcul propositionnel et algèbre de Boole, calcul des prédicats. Dédution naturelle. Ensemble, relation, fonction, séquence : opérateurs et propriétés. Techniques de preuve : preuve par l'absurde (contradiction, contraposée), induction et déduction; induction mathématique. Automates finis déterministes et non déterministes, traduction d'un automate non déterministe en un automate déterministe, minimisation d'un automate.

**Crédits**

3

**Organisation**

2 heures d'exposé magistral par semaine

2 heure d'exercices par semaine

5 heures de travail personnel par semaine

**Préalable**

aucun

---

1. <http://www.usherbrooke.ca/fiches-cours/mat115>

# 1 Présentation

Cette section présente les objectifs spécifiques et le contenu détaillé de l'activité pédagogique. Cette section, non modifiable sans l'approbation d'un comité de programme du Département d'informatique, constitue la version officielle.

## 1.1 Mise en contexte

La logique est au centre du développement des sciences et du bon fonctionnement de la société en général. L'humain est capable de raisonnement, c'est-à-dire de déduire des faits ou de nouvelles connaissances, à partir d'autres faits. On qualifie d'esprit "logique" une personne capable d'agir avec cohérence et rigueur, de *raisonner* correctement. Les mathématiques constituent le langage commun des sciences, et la logique est le fondement des mathématiques. L'informatique a été fondée dans les années 30 en tenant de résoudre un problème fondamental de la logique, proposé par Hilbert et Ackermann en 1928, soit de déterminer si une formule quelconque est un théorème. Ce problème a été résolu par Alonzo Church et Alan Turing, de manière indépendante, en 1935 et 1936. Ils ont démontré que cela était impossible en général. Ces travaux ont nécessité le développement de la notion d'*algorithme* et d'*ordinateur*, sous la forme de la machine de Turing (par Turing) et du lambda calcul (par Church et Kleene). La logique date d'Aristote, mais sa version moderne date de la fin du 19<sup>ième</sup> au début du 20<sup>ième</sup> siècle. Ses pionniers furent Boole, De Morgan, Frege, Peano, Peirce, Whitehead, Russell, Hilbert, Ackermann, Gödel, ainsi que plusieurs autres.

La logique permet principalement deux choses, soit d'*exprimer* de manière *formelle* des faits, et de *déduire* de manière *formelle* de nouveaux faits. La logique est utilisée dans tous les domaines de l'informatique. Tous les langages de programmation utilisent les connecteurs (c'est-à-dire opérateurs) de la logique propositionnelle. Les méthodes les plus avancées pour déterminer la correction d'un logiciel (c'est-à-dire vérifier qu'un logiciel fait bien ce qu'il est supposé faire, vérifier qu'un logiciel est correct, vérifier qu'un logiciel ne contient pas de faute (*bug*)) sont fondées sur la logique. Les logiciels contrôlent maintenant une foule d'objets comme des trains, des avions, des autos, des centrales nucléaires, des stimulateurs cardiaques, des appareils de radiologie. Une erreur dans ces logiciels peut entraîner des conséquences dramatiques pour les humains et l'environnement. L'étude de leur correction est primordiale. Cela ne serait possible sans la logique. Les opérations les plus élémentaires d'un ordinateur (opérations arithmétiques) sont exprimées en logique propositionnelle. Le fonctionnement de base d'un ordinateur est fondée sur l'algèbre de Boole, qui est essentiellement la même chose que la logique propositionnelle. Une algèbre permet de faire des calculs, c'est-à-dire appliquer des opérateurs à des opérandes. La logique permet aussi de faire des calculs, comme déterminer si une formule est vrai ou fausse pour une interprétation donnée, mais aussi de déduire de nouvelles formules.

## 1.2 Objectifs spécifiques

À la fin de cette activité pédagogique, l'étudiante ou l'étudiant sera capable :

1. de traduire des exigences exprimées en langue naturelle en une représentation formelle à l'aide la logique et des mathématiques discrètes (ensemble, relation, fonction);
2. de manipuler des formules de logique du premier ordre;
3. de prouver une formule de logique du premier ordre en utilisant un système formel d'inférence comme la déduction naturelle;
4. de prouver une formule de logique du premier ordre en utilisant une notation rigoureuse pour exprimer des preuves faites par un humain, comme par exemple la notation de Gries et Schneider;
5. de modéliser des langages simples à l'aide d'automates finis déterministes ou non déterministes, de construire un automate fini déterministe à partir d'un d'automate fini non déterministe et de construire l'automate fini déterministe minimal à partir d'un d'automate fini déterministe.

## 2 Organisation

Cette section propre à l'approche pédagogique de chaque enseignante ou enseignant présente la méthode pédagogique, le calendrier, le barème et la procédure d'évaluation ainsi que l'échéancier des travaux. Cette section doit être cohérente avec le contenu de la section précédente.

### 2.1 Méthode pédagogique

Une semaine typique fonctionne de la manière suivante :

1. le vendredi en après-midi, le professeur rend publics les documents à lire pour la semaine suivante (sections de livre et notes dactylographiées) ainsi que l'énoncé d'un devoir à remettre au plus tard à la fin de la séance d'exercices du vendredi suivant ;
2. le mercredi de la semaine suivante, le cours commence par un test de mémoire et d'exercices simples, d'une quinzaine de minutes, concernant les lectures spécifiées le vendredi précédent ; pendant le reste du cours le professeur présente des exemples et répond aux questions ;
3. le jeudi, le professeur poursuit la présentation d'exemples et répond aux questions ;
4. le vendredi, les étudiants et étudiantes terminent la rédaction de leur devoir, qu'ils remettent au plus tard à la fin de la séance ; le professeur ou le chargé d'exercices est à leur disposition pour répondre à leurs questions et présenter des exemples supplémentaires.

Le temps consacré par les étudiantes et les étudiants à la lecture et à la préparation pour les cours constitue donc une partie importante des heures de travail à domicile.

En début de trimestre et en raison de l'annulation de certains cours, la première, la quatrième et la douzième semaines du trimestre seront structurées différemment.

*Note : pour poser des questions en-dehors des cours, on recommande l'utilisation du courrier électronique.*

### 2.2 Calendrier

Semaines	Thèmes	Remarques
1 10, 11 et 12 janvier	Logique propositionnelle	
2 17, 18 et 19	Logique des prédicats	
3 24, 25 et 26	Preuves formelles I	
4 1 et 2 février	Preuves formelles I (suite)	pas de cours le 31
5 7, 8 et 9	Ensembles	
6 14, 15 et 16	Relations	
7 21, 22 et 23	Fonctions	
8 28, 1 et 2 mars	Examen périodique	pas de cours
9	<i>Relâche</i>	
10 14, 15 et 16	Induction et récursion	
11 21, 22 et 23	Preuves formelles II	
12 28 et 29	Preuves formelles II (suite)	pas de cours le 30
13 4, 5 et 6 avril	Automates finis I	
14 11, 12 et 13	Automates finis II	
15–16	Examen final	

## 2.3 Évaluation

tests	10 %
devoirs et travaux pratiques	30 %
examen mi-session	30 %
examen final	30 %

Conformément aux règlements universitaires et facultaires, tout texte soumis pour fins d'évaluation pourra être pénalisé jusqu'à concurrence de 5% de la note maximale s'il est rédigé dans un français incorrect. Par ailleurs, les correcteurs pourront refuser de considérer un texte si la qualité de la présentation ou du français est jugée inacceptable.

**Directives particulières :** Toute documentation, de quelque forme que ce soit, et tous les appareils électroniques (calculatrice, ordinateur portable, téléphone cellulaire, etc.) sont interdits pendant les examens.

D'autre part, toute situation de plagiat sera traitée en conformité, entre autres, avec l'article 8.1.2 du *Règlement des études* de l'Université de Sherbrooke disponible à l'adresse

<http://www.usherbrooke.ca/programmes/references/reglement>

En particulier,

Un document dont le texte et la structure se rapporte à des textes intégraux tirés d'un livre, d'une publication scientifique ou même d'un site Internet, doit être référencé adéquatement. Lors de la correction de tout travail individuel ou de groupe une attention spéciale sera portée au plagiat, défini dans le *Règlement des études* comme « le fait, dans une activité pédagogique évaluée, de faire passer indûment pour siens des passages ou des idées tirés de l'oeuvre d'autrui ». Le cas échéant, le plagiat est un délit qui contrevient à l'article 8.1.2 du *Règlement des études* : « tout acte ou manoeuvre visant à tromper quant au rendement scolaire ou quant à la réussite d'une exigence relative à une activité pédagogique. » À titre de sanction disciplinaire, les mesures suivantes peuvent être imposées : a) l'obligation de reprendre un travail, un examen ou une activité pédagogique et b) l'attribution de la note E ou de la note 0 pour un travail, un examen ou une activité évaluée. Tout travail suspecté de plagiat sera référé au Secrétaire de la Faculté des sciences.

## 2.4 Utilisation des appareils électroniques en classe

En conformité avec l'article 4.2.3 du *Règlement des études*, l'usage des appareils électroniques en classe est soumis aux règles suivantes.

L'utilisation d'ordinateurs, de cellulaires ou de tablettes en classe est interdite. Cette interdiction s'applique en tout temps, à moins d'une autorisation personnelle du professeur. Cette permission peut être retirée à tout moment si l'appareil n'est pas utilisé uniquement à des fins d'apprentissage.

Toute utilisation d'appareils de captation de la voix ou de l'image exige la permission du professeur.

## 3 Matériel nécessaire pour le cours

Le cours utilise le livre de Marchand à titre de manuel obligatoire.

## 4 Références

- [1] M. Marchand. *Outils mathématiques pour l'informaticien, mathématiques discrètes, 2e édition*. De Boeck, Bruxelles, 2005. Manuel en réserve à la bibliothèque.
- [2] K. H. Rosen. *Discrete Mathematics and Its Applications, Fourth Edition*. McGraw-Hill, 1999. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [3] T. A. Sudkamp. *Languages and Machines : An Introduction to the Theory of Computer Science, Third Edition*. Addison Wesley, 2005. Manuel disponible à la bibliothèque.