



Département d'informatique

MAT 115 – Logique et mathématiques discrètes

Plan de cours Automne 2016

Enseignant

Nom du professeur

Courriel :	marc.frappier@usherbrooke.ca
Local :	D4-1010-8
Téléphone :	(819) 821-8000 poste 62096
Site :	http://info.usherbrooke.ca/mfrappier/mat115/mat115.html
Disponibilité :	Sur rendez-vous, par courriel

Horaire - Groupe 1

Exposé magistral :	Lundi	8 :30 à 10 :20	salle D3-2035
Exercices/laboratoires	Jeudi	10 :30 à 12 :20	salle D3-2035 ou Labos

Horaire - Groupe 2

Exposé magistral :	Lundi	13 :30 à 15 :20	salle D3-2040
Exercices/laboratoires	Jeudi	13 :30 à 15 :20	salle D3-2040 ou Labos

Description officielle de l'activité pédagogique ¹

Cible(s)

de formation

1. Acquérir la capacité d'abstraction jugée suffisante pour la poursuite d'études universitaires en sciences.
2. Se familiariser avec les différentes techniques de preuve existantes et avec les concepts fondamentaux nécessaires à la réalisation de telles preuves.
3. Être apte à mathématiser les idées exprimées dans une langue naturelle.

Contenu

Logique : calcul propositionnel et algèbre de Boole, calcul des prédicats. Dédution naturelle. Ensemble, relation, fonction, séquence : opérateurs et propriétés. Techniques de preuve : preuve par l'absurde (contradiction, contraposée), induction et déduction; induction mathématique. Automates finis déterministes et non déterministes, traduction d'un automate non déterministe en un automate déterministe, minimisation d'un automate.

Crédits

3

Organisation

2 heures d'exposé magistral par semaine
2 heure d'exercices par semaine
5 heures de travail personnel par semaine

Particularités

Cette activité pédagogique se présente sous la forme d'un cours magistral avec des séances de laboratoire qui permettront l'utilisation d'outils basés sur la logique et les mathématiques discrètes.

1. <http://www.usherbrooke.ca/fiches-cours/mat115>

1 Présentation

Cette section présente les objectifs spécifiques et le contenu détaillé de l'activité pédagogique.

1.1 Mise en contexte

La logique est au centre du développement des sciences et du bon fonctionnement de la société en général. L'humain est capable de raisonnement, c'est-à-dire de déduire des faits ou de nouvelles connaissances, à partir d'autres faits. On qualifie d'esprit "logique" une personne capable d'agir avec cohérence et rigueur, de *raisonner* correctement. Les mathématiques constituent le langage commun des sciences, et la logique est le fondement des mathématiques. L'informatique a été fondée dans les années 30 en tenant de résoudre un problème fondamental de la logique, proposé par Hilbert et Ackermann en 1928, soit de déterminer si une formule quelconque est un théorème. Ce problème a été résolu par Alonzo Church et Alan Turing, de manière indépendante, en 1935 et 1936. Ils ont démontré que cela était impossible en général. Ces travaux ont nécessité le développement de la notion d'*algorithme* et d'*ordinateur*, sous la forme de la machine de Turing (par Turing) et du lambda calcul (par Church et Kleene). La logique date d'Aristote, mais sa version moderne date de la fin du 19^{ième} au début du 20^{ième} siècle. Ses pionniers furent Boole, De Morgan, Frege, Peano, Peirce, Whitehead, Russell, Hilbert, Ackermann, Gödel, ainsi que plusieurs autres.

La logique permet principalement deux choses, soit d'*exprimer* de manière *formelle* des faits, et de *déduire* de manière *formelle* de nouveaux faits. La logique est utilisée dans tous les domaines de l'informatique. Tous les langages de programmation utilisent les connecteurs (c'est-à-dire opérateurs) de la logique propositionnelle. Les méthodes les plus avancées pour déterminer la correction d'un logiciel (c'est-à-dire vérifier qu'un logiciel fait bien ce qu'il est supposé faire, vérifier qu'un logiciel est correct, vérifier qu'un logiciel ne contient pas de faute (*bug*)) sont fondées sur la logique. Les logiciels contrôlent maintenant une foule d'objets comme des trains, des avions, des autos, des centrales nucléaires, des stimulateurs cardiaques, des appareils de radiologie. Une erreur dans ces logiciels peut entraîner des conséquences dramatiques pour les humains et l'environnement. L'étude de leur correction est primordiale. Cela ne serait possible sans la logique. Les opérations les plus élémentaires d'un ordinateur (opérations arithmétiques) sont exprimées en logique propositionnelle. Le fonctionnement de base d'un ordinateur est fondée sur l'algèbre de Boole, qui est essentiellement la même chose que la logique propositionnelle. Une algèbre permet de faire des calculs, c'est-à-dire appliquer des opérateurs à des opérandes. La logique permet aussi de faire des calculs, comme déterminer si une formule est vrai ou fausse pour une interprétation donnée, mais aussi de déduire de nouvelles formules.

1.2 Cibles de formation spécifiques

À la fin de cette activité pédagogique, l'étudiante ou l'étudiant sera capable :

1. de traduire des exigences exprimées en langue naturelle en une représentation formelle à l'aide la logique et des mathématiques discrètes (ensemble, relation, fonction);
2. de manipuler des formules de logique du premier ordre à l'aide d'un outil comme ProB ou Alloy;
3. de prouver une formule de logique du premier ordre en utilisant un système formel d'inférence comme la déduction naturelle et un outil pédagogique d'apprentissage de la preuve comme Panda;
4. de prouver une formule de logique du premier ordre en utilisant une notation rigoureuse pour exprimer des preuves faites par un humain, comme par exemple la notation de Gries et Schneider;
5. de modéliser des langages simples à l'aide d'automates finis déterministes ou non déterministes, de construire un automate fini déterministe à partir d'un d'automate fini non déterministe et de construire l'automate fini déterministe minimal à partir d'un d'automate fini déterministe.

1.3 Contenu détaillé

Semaine	Débutant (lundi)	Sujet	TP
1	2016-08-29	Introduction	
2	2016-09-05	Logique propositionnelle	
3	2016-09-12	Logique du premier ordre	
4	2016-09-19	Preuve en déduction naturelle	tp1
5	2016-09-26	Ensemble, relation, fonction	tp2
6	2016-10-03	Ensemble, relation, fonction	tp3
7	2016-10-10	Examen mi-session (date à déterminer)	
	2016-10-17	Relâche	
8	2016-10-24	Propriétés des relations	
9	2016-10-31	Graphes	
10	2016-11-07	Preuve par induction	tp4
11	2016-11-14	Preuve en style équationnel	
12	2016-11-21	Automate	tp5
13	2016-11-28	Automate	
14	2016-12-05	Automate	
15	2016-12-12	Révision/examen final (date à déterminer)	
16	2016-12-19	Examen final (date à déterminer)	

2 Organisation

2.1 Méthode pédagogique

— Le cours comporte 5 devoirs/travaux pratiques

2.2 Évaluation

devoirs et travaux pratiques	30 %
examen mi-session	35 %
examen final	35 %

Toute situation de plagiat sera traitée en conformité, entre autres, avec l'article 8.1.2 du *Règlement des études* de l'Université de Sherbrooke disponible à l'adresse

<http://www.usherbrooke.ca/programmes/references/reglement>

Vous trouverez en annexe un document d'information relatif à l'intégrité intellectuelle qui fait état de l'article 8.1.2.

3 Références

- [1] J.-R. Abrial. *The B-book : Assigning Programs to Meanings*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 1996. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [2] M. Frappier. *Logique et mathématiques discrètes — Notes de cours*. Département d'informatique, Université de Sherbrooke, 2016. Manuel disponible sur le Web : <http://info.usherbrooke.ca/mfrappier/mat115/ref/mat115-notes-de-cours.pdf>.
- [3] D. Gries and F. B. Schneider. *A Logical Approach to Discrete Math*. Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, 1993. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [4] Daniel Jackson. *Software Abstractions : Logic, Language, and Analysis*. The MIT Press, 2012. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [5] R. Lalement. *Logique, réduction, résolution*. Masson, Paris, 1990. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [6] K. H. Rosen. *Discrete Mathematics and Its Applications, Fourth Edition*. McGraw-Hill, 1999. Manuel disponible à la bibliothèque.
- [7] T. A. Sudkamp. *Languages and Machines : An Introduction to the Theory of Computer Science, Third Edition*. Addison Wesley, 2005. Manuel disponible à la bibliothèque.