

Aspects numériques des algorithmes

IFT 762

Jean-Pierre Dussault*

29 avril 2013

Résumé

Ce cours concerne la représentation de quantités continues (nombres réels) sur un ordinateur, les traitements de telles quantités ainsi que les compromis inévitables. En effet, il faut prendre pour acquis que des erreurs (imprécisions numériques) se glisseront un peu partout lors de la manipulation de nombres représentés en virgule flottante. Un exemple naïf, il est impossible de représenter π exactement, alors inévitablement, la représentation comportera une “erreur” par rapport à la vraie (réelle) quantité. L’accumulation de ces erreurs dans une chaîne de calculs peut avoir des conséquences dramatiques. Heureusement, le plus souvent, les conséquences sont bénignes, mais il faut toujours se méfier de ces erreurs. Évidemment, le développement de logiciels doit traiter ces “erreurs” différemment de “bugs” de programmation, mais la nuance est parfois mince.

Une présentation détaillée du standard IEEE (754) pour la représentation de nombres en virgule flottante sera accompagnée de nombreux exemples illustrant les dangers de se fier aveuglément aux résultats issus de calculs numériques.

L’accent est sur les aspects informatique des calculs numériques, mais nous utiliserons des exemples provenant de problèmes de résolution d’équations, d’optimisation, de statistiques, etc.

Objectifs

Objectifs généraux

Sensibiliser l’étudiant aux dangers provoqués par l’accumulation d’erreurs dans les calculs numériques. Faire comprendre plusieurs techniques pour contourner ces difficultés. Faire appliquer certaines stratégies dans des exemples critiques. Faire réaliser un projet rigoureusement dans un domaine d’intérêt de l’étudiant.

Le cours consiste en un approfondissement de la référence [1] qui décrit ce que tout informaticien devrait savoir des calculs en virgule flottante.

*Professeur titulaire, Département d’informatique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke (Québec), Canada J1K 2R1. courriel: Jean-Pierre.Dussault@USherbrooke.CA

Thèmes abordés

- Les sources d’erreur.
- La représentation IEEE 754 des nombres en virgule flottante.
- L’analyse mathématique de la propagation des erreurs.
- Les solutions pour atténuer l’effet néfaste de la propagation des erreurs.
- Ressources logicielles pour les calculs numériques : BLAS–ATLAS, LAPACK, GSL, Matlab—Octave—Scilab, Numpy—Scipy, etc.
- Autre sujets selon les intérêts des inscrits.

Modalités d’évaluation

4 devoirs (30 points), un examen final à domicile (30 points), et un projet de session (40 points) comportant la présentation en classe d’un article de recherche permettrons d’évaluer le travail des inscrits.

Références

- [1] David Goldberg. What Every Computer Scientist Should Know About Floating-Point Arithmetic.¹(pdf)²
- [2] Muller, J.-M., Brisebarre, N., de Dinechin, F., Jeannerod, C.-P., Lefèvre, V., Melquiond, G., Revol, N., Stehlé, D., Torres, S *Handbook of Floating-Point Arithmetic*, Birkhäuser Boston 2010. Disponible en ligne à la bibliothèque³
- [3] Michael L. Overton, *Numerical Computing with IEEE Floating Point Arithmetic*, SIAM 2001.
- [4] Nicholas J. Higham, *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*, SIAM 2002.

1. http://download.oracle.com/docs/cd/E19957-01/806-3568/ncg_goldberg.html

2. <http://www.cse.msu.edu/~cse320/Documents/FloatingPoint.pdf>

3. <http://www.springerlink.com/content/qg4011/#section=627185&page=1>