IFT159
Analyse et programmation
Chapitre 11 — Récursivité

Gabriel Girard

Département d'informatique
UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

1er avril 2015

Chapitre 11 — Récursivité

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Récursivité

Définition de la Récursivité

Définition

Une fonction est récursive si elle se rappelle elle-même afin de répéter un certain nombre de fois un traitement avec des données différentes.

Caractéristiques d'un problème récursif

1. Un ou plusieurs cas du problème (appelé des cas d'arrêt) ont des solutions directes.

Caractéristiques d'un problème récursif

1. Un ou plusieurs cas du problème (appelé des cas d'arrêt) ont des solutions directes.
2. Pour les autres cas, il y a une méthode pour réduire le problème afin qu'il s'approche progressivement des cas d'arrêt.

Forme d'un algortihme récursif

Forme d'un algortihme récursif

-> Si c'est un cas d'arrêt

Forme d'un algortihme récursif

-> Si c'est un cas d'arrêt
  - alors on résout le problème

Forme d'un algortihme récursif

-> Si c'est un cas d'arrêt
  - alors on résout le problème

-> sinon

Forme d'un algortihme récursif

-> Si c'est un cas d'arrêt
  - alors on résout le problème

-> sinon
  - on le réduit grâce à la récursivité

Récursivité

Factoriel : algorithme

- $\text{fact}(0) = 1$ (cas d'arrêt)

Factoriel : algorithme

- fact(0) = 1 (cas d'arrêt)
- fact(n) = n * fact(n-1) (décomposition)

Factoriel : implémentation

```
#include <iostream.h>

main()
{
  int fact(int);
  int nombre, factoriel;

  cout << " Entrez le nombre : " ;
  cin >> nombre;

  factoriel = fact(nombre);

  cout << " le factoriel de " << nombre
       << " est : " << factoriel << endl;

  return 0;
}
```

Factoriel : implémentation

```
int fact(int nb)
{
  int factoriel;

  if (nb == 1)
       factoriel = 1;
  else factoriel = nb * fact(nb-1);

  return factoriel;

}
```

Factoriel : trace d'exécution

```
Entrez le nombre dont on doit calculer le factoriel :  7
   1 - factoriel(7)
       2 - factoriel(6)
           3 - factoriel(5)
               4 - factoriel(4)
                   5 - factoriel(3)
                       6 - factoriel(2)
                           7 - factoriel(1)
                           7 - retour = 1
                       6 - retour = 2
                   5 - retour = 6
               4 - retour = 24
           3 - retour = 120
       2 - retour = 720
   1 - retour = 5040

le factoriel de 7 est : 5040
```

Récursivité

Multiplication : algorithme

- mult(n,1) = n (cas d'arrêt)

Multiplication : algorithme

- mult(n,1) = n (cas d'arrêt)
- mult(n,m) = n + mult(n,m-1) (décomposition)

Récursivité

Tours de Hanoi : description du problème

On doit déplacer un nombre donné d'anneaux de tailles différentes d'une tour (la tour originale) à une autre tour (la tour cible) en respectant les contraintes suivantes :

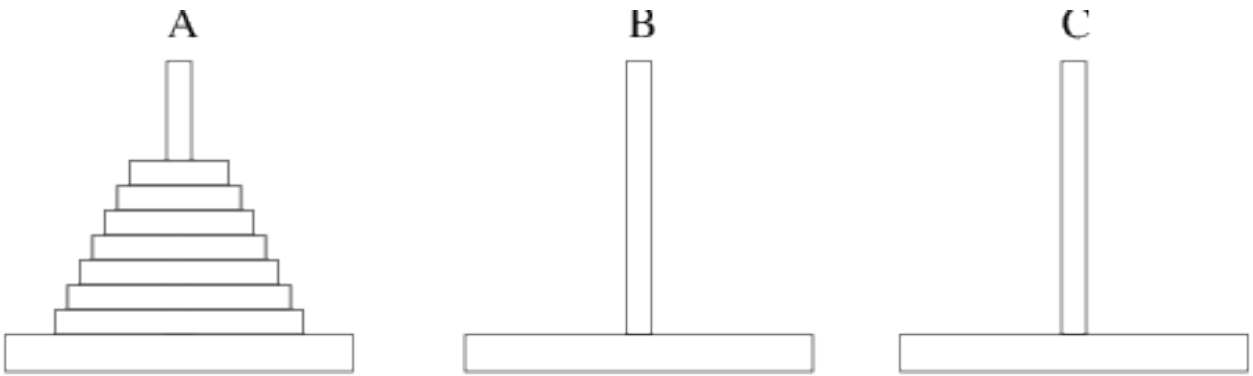
- seulement un anneau est déplacé à la fois et il doit être au sommet d'une tour ;

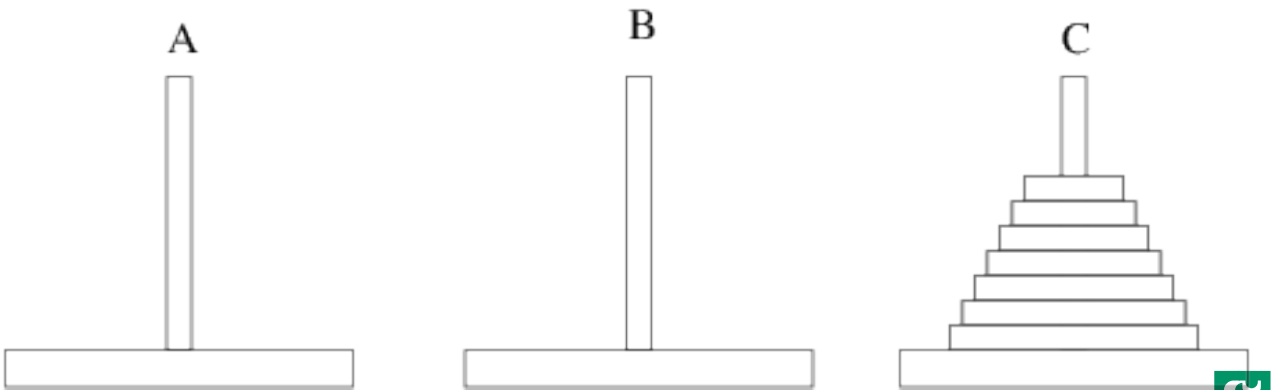
Tours de Hanoi : description du problème

On doit déplacer un nombre donné d'anneaux de tailles différentes d'une tour (la tour originale) à une autre tour (la tour cible) en respectant les contraintes suivantes :

- seulement un anneau est déplacé à la fois et il doit être au sommet d'une tour ;
- un anneau ne peut être placé sur un autre anneau de plus petite taille.

Tours de Hanoi : description du problème





Tours de Hanoi : algorithme

1. le cas simple (cas d'arrêt) est de déplacer un anneau.

Tours de Hanoi : algorithme

1. le cas simple (cas d'arrêt) est de déplacer un anneau.
2. il reste à déplacer n-1 disques.

Tours de Hanoi : algorithme

1. on déplace $n-1$ anneaux de A vers B ;

Tours de Hanoi : algorithme

1. on déplace $n-1$ anneaux de A vers B ;
2. on déplace le dernier anneau de A vers C ;

Tours de Hanoi : algorithme

1. on déplace $n-1$ anneaux de A vers B ;
2. on déplace le dernier anneau de A vers C ;
3. on déplace $n-1$ anneaux de B vers C ;

Tours de Hanoi : algorithme

On reprend les étapes 1 et 3.
Pour déplacer $n-1$ anneaux de A vers B :

1. déplace $n-2$ anneaux de A vers C ;

Tours de Hanoi : algorithme

On reprend les étapes 1 et 3.
Pour déplacer $n-1$ anneaux de A vers B :

1. déplace $n-2$ anneaux de A vers C ;
2. déplace l'anneau restant de A vers B ;

Tours de Hanoi : algorithme

On reprend les étapes 1 et 3.
Pour déplacer $n-1$ anneaux de A vers B :

1. déplace $n-2$ anneaux de A vers C ;
2. déplace l'anneau restant de A vers B ;
3. déplace les $n-2$ anneaux de C vers B ;

Tours de Hanoi : algorithme

Algorithme pour déplacer n étages de T_o vers T_c en utilisant T_a

1. s'il n'y a qu'une tour à déplacer,

Tours de Hanoi : algorithme

Algorithme pour déplacer n étages de T_o vers T_c en utilisant T_a

1. s'il n'y a qu'une tour à déplacer,
    1. la déplacer de de T_o vers T_c

Tours de Hanoi : algorithme

Algorithme pour déplacer n étages de T_o vers T_c en utilisant T_a

1. s'il n'y a qu'une tour à déplacer,
   1. la déplacer de de T_o vers T_c
2. sinon

Tours de Hanoi : algorithme

Algorithme pour déplacer n étages de T_o vers T_c en utilisant T_a

1. s'il n'y a qu'une tour à déplacer,
   1. la déplacer de de T_o vers T_c
2. sinon
   1. déplacer $n-1$ étages de T_o vers T_a en utilisant T_c

Tours de Hanoi : algorithme

Algorithme pour déplacer n étages de T_o vers T_c en utilisant T_a

1. s'il n'y a qu'une tour à déplacer,
   1. la déplacer de de T_o vers T_c
2. sinon
   1. déplacer $n-1$ étages de T_o vers T_a en utilisant T_c
   2. déplacer 1 étages de T_o vers T_c

Tours de Hanoi : algorithme

Algorithme pour déplacer n étages de T_o vers T_c en utilisant T_a

1. s'il n'y a qu'une tour à déplacer,
   1. la déplacer de de T_o vers T_c
2. sinon
   1. déplacer $n-1$ étages de T_o vers T_a en utilisant T_c
   2. déplacer 1 étages de T_o vers T_c
   3. déplacer $n-1$ étages de T_a vers T_c en utilisant T_o

Tours de Hanoi : implémentation

```
void hanoi(char tr_orig, char tr_cible, char tr_aux, int n)
{
 int i;
 if (n == 1)
   { cout << " - Deplacement de l'anneau " << n
          << " de la tour " << tr_orig << " vers la tour "
          << tr_cible << ".\n";
   }
 else {
     hanoi(tr_orig, tr_aux, tour_cible, n-1);
     cout << " - Deplacement de l'anneau " << n
          << " de la tour " << tr_orig << " vers la tour "
          << tr_cible << ".\n";
     hanoi(tr_aux, tr_cible, tr_orig, n-1);
    }
}
```

Tours de Hanoi : implémentation

```
/* Programme principal */

int main()
{
  void hanoi (char, char, char, int);

  int n;
  cout << "Probleme de la tour de Hanoi. Entrez N : ";
  cin >> n;
  cout << n << endl;
  hanoi('A', 'C', 'B', n);

  return 0;
}
```

Tours de Hanoi : trace de l'exécution

```
Probleme de la tour de Hanoi. Entrez N : 3

1 - hanoi (A, C, B, 3)
  2 - hanoi (A, B, C, 2)
    3 - hanoi (A, C, B, 1)
    3 - Deplacement de l'anneau 1 de la tour A vers la tour C.
  2 - Deplacement de l'anneau 2 de la tour A vers la tour B.
    3 - hanoi (C, B, A, 1)
    3 - Deplacement de l'anneau 1 de la tour C vers la tour B.
1 - Deplacement de l'anneau 3 de la tour A vers la tour C.
  2 - hanoi (B, C, A, 2)
    3 - hanoi (B, A, C, 1)
    3 - Deplacement de l'anneau 1 de la tour B vers la tour A.
  2 - Deplacement de l'anneau 2 de la tour B vers la tour C.
    3 - hanoi (A, C, B, 1)
    3 - Deplacement de l'anneau 1 de la tour A vers la tour C.
```

Récursivité

Les tris

1. tri bulle récursif

Les tris

1. tri bulle récursif
2. tri fusion

Tri bulle itératif

```
void tri_bulle(int nb, int tab[]){
    void swap(int&, int&);

    for (int k = nb; k < 1; k--){
        for (int i = 1; i < k; i++){
            if ( tab[i-1] > tab[i] ){
                swap(tab[i-1], tab[i]);
            }
        }
    }

    return;
}
```

Tri bulle récursif

```
void tri_bulle(int nb, int tab[])
{
    void swap(int&, int&);

    for (int i = 1; i < nb; i++){
        if ( tab[i-1] > tab[i] ){
            swap(tab[i-1], tab[i]);
        }
    }
    tri_bulle(nb-1, tab);

    return;
}
```

Tri fusion : utilisation

```
#define MAX 20
void main()
{
   int tri(int [],int );
   int tab[MAX],i, code;

   cout << "Entrez les chiffres a trier : " << endl;
   cin >> tab[0];
   i = 0;
   while (tab[i] != 0 && i < MAX-1)
            { i++ ; cin >> tab[i];}
   cout << endl << endl;

   code = tri(tab,i);

   if (code ==0)
      {   for ( int j = 0; j < i; j++) cout << "  " << tab[j];
          cout << endl;
      }
}
```

Tri fusion : implémentation

```
int tri(int liste[],int longueur)
{
  int liste1[MAX], liste2[MAX];
  int  long1, long2;
  int index1,index2;

  if (longueur == 0) return 1;
  if (longueur == 1)  return 0;

  long1 = longueur / 2;
  long2 = longueur - long1;
  for(int i =0; i<long1; i++) liste1[i] = liste[i];
  for(int j = 0; j < long2; j++) liste2[j] = liste[i+j];

  tri(liste1,long1);
  tri(liste2,long2);
```

Tri fusion : implémentation

```
index1 = 0;
index2 = 0;
for(int index=0; index1<long1 && index2<long2; index++)
  { if (liste1[index1] >= liste2[index2])
    {    liste[index]=liste1[index1];
         index1++;
    }
    else  {
        liste[index]=liste2[index2];
        index2++;
    }
 }
while (index1<long1) { liste[index]=liste1[index1];
                       index++; index1++;
                     }
while (index2<long2) { liste[index]=liste2[index2];
                       index++; index2++;
                     }
return 0; }
```

Tri fusion : trace de l'exécution

```
Entrez les chiffres a trier : [ 2  5  9  7  1  44  8 ]

Tri liste de longueur 7          -> [ 2  5  9  7  1  44  8 ]

 1 - tri liste de longueur 3     -> [ 2  5  9 ]
   2 - tri liste  de longueur 1  -> [ 2 ]
   2 - tri liste  de longueur 2  -> [ 5  9 ]
     3 - tri liste de longueur 1 -> [ 5 ]
     3 - tri liste de longueur 1 -> [ 9 ]

     3 - regroupe -> liste longueur 2 => [ 9  5 ]
   2 - regroupe -> liste longueur 3   => [ 9  5  2 ]

 1 - tri liste de longueur 4     -> [ 7  1  44  8 ]
   2 - tri liste  de longueur 2  -> [ 7  1 ]
     3 - tri liste de longueur 1 -> [ 7 ]
     3 - tri liste de longueur 1 -> [ 1 ]

     3 - regroupe -> liste longueur 2 => [ 7  1 ]
```

Tri fusion : trace de l'exécution

```
  2 - tri liste de longueur 2   -> [ 44  8 ]
    3 - tri liste de longueur 1 -> [ 44 ]
    3 - tri liste de longueur 1 -> [ 8 ]

    3 - regroupe -> liste longueur 2 => [ 44  8 ]
  2 - regroupe -> liste longueur 4   => [ 44  8  7  1 ]
1 - regroupe -> liste longueur 7    => [ 44  9  8  7  5  2  1 ]

Liste triee
44  9  8  7  5  2  1
```

Récursivité

Blob : description

- On vous demande d'écrire un programme qui compte le nombre de points dans une figure dessinée sur un tableau en 2D.

Blob : description

- On vous demande d'écrire un programme qui compte le nombre de points dans une figure dessinée sur un tableau en 2D.
- Les cellules pleines peuvent être connectées pour former une figure.

Blob : description

- On vous demande d'écrire un programme qui compte le nombre de points dans une figure dessinée sur un tableau en 2D.
- Les cellules pleines peuvent être connectées pour former une figure.
- Deux cellules sont connectées si elles se touchent horizontalement, verticalement ou diagonalement.

Blob : description

1	1	0	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1

Blob : algorithme

- Algorithme

Blob : algorithme

- Algorithme
  - Cas d'arrêt :

Blob : algorithme

- Algorithme
  - Cas d'arrêt :
    1. la cellule est vide — on retourne 0

Blob : algorithme

- Algorithme
  - Cas d'arrêt :
    1. la cellule est vide — on retourne 0
    2. la cellule n'est pas dans la grille — on retourne 0

Blob : algorithme

- Algorithme
  - Cas d'arrêt :
    1. la cellule est vide — on retourne 0
    2. la cellule n'est pas dans la grille — on retourne 0
  - Décomposition :
    Si une cellule n'est pas vide, on retourne 1 plus le nombre de cellule associées aux voisins de la cellule courante.

Blob : algorithme

- Algorithme
  - Cas d'arrêt :
    1. la cellule est vide — on retourne 0
    2. la cellule n'est pas dans la grille — on retourne 0
  - Décomposition :
    Si une cellule n'est pas vide, on retourne 1 plus le nombre de cellule associées aux voisins de la cellule courante.
- Contraintes
  ** Pour s'assurer que l'on ne compte pas deux fois la même cellule, lorsqu'on la compte on la marque comme vide ou avec une valeur égale à -1 (si on veut retrouver la figure originale).

Blob : algorithme

On reçoit les coordonnées en x et en y
Si (x,y) est vide retourne 0
Si (x,y) est hors de la grille retourne 0
Si (x,y) est remplie
    retourne 1 + compte des cellules de ses voisins

Blob : implémentation

```
#define MAX_Y 8
#define MAX_X 8
int main()
{
   int cpt,x,y;
   int grille[MAX_X][MAX_Y] = { 1,1,0,0,0,1,1,1,
                                1,1,0,0,0,0,0,1,
                                1,0,0,1,0,0,0,1,
                                1,0,0,1,1,0,0,0,
                                1,0,1,1,1,1,0,0,
                                1,0,0,1,1,0,0,0,
                                1,0,0,1,0,0,1,1,
                                1,1,0,0,0,1,0,1   };

    int fig_cpt(int [MAX_X] [MAX_Y], int, int);
```

Blob : implémentation

```
        cout << "Voici la grille." <<endl << endl;
        for(int i=0; i< MAX_X; i++) {
              cout << "                " ;
              for(int j=0; j< MAX_Y; j++)
                    cout << grille[i][j] << "   " ;
              cout << endl;
           }

        cout << endl << endl
             << "Entrer les coordonnees en X et en Y : ";
        cin >> x >> y;

        cpt = fig_cpt(grille, x, y);

        cout << "Le nombre de cellule dans la figure est "
        << cpt << endl<<endl;
    }
```

Blob : implémentation

```
int fig_cpt(int grille[MAX_X][MAX_Y], int x, int y)
{
   int compte;

   if (x<0 || (x > MAX_X -1) || y < 0 || (y > MAX_Y -1))
      compte = 0;
   else if (grille[x][y] == 0)  compte = 0;
   else {
       grille[x][y] = 0;
       compte = 1 + fig_cpt(grille, x-1, y) +
                    fig_cpt(grille, x-1, y+1) +
                    fig_cpt(grille, x-1, y-1) +
                    fig_cpt(grille, x, y+1) +
                    fig_cpt(grille, x, y-1) +
                    fig_cpt(grille, x+1, y+1) +
                    fig_cpt(grille, x+1, y) +
                    fig_cpt(grille, x+1, y-1) ;
    }
   return compte; }
```

Blob : trace de l'exécution

Voici la grille.

```
1 1 0 0 0 1 1 1
1 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 1
1 0 0 1 1 0 0 0
1 0 1 1 1 1 0 0
1 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 1 1
1 1 0 0 0 1 0 1
```

Blob : trace de l'exécution

```
Entrer les coordonnees en X et en Y : 7  7
Premier appel -> fig_cpt(grille, 7, 7)
    1 - fig_cpt(grille, 7, 7)
        2 - fig_cpt(grille, 6, 7)
            3 - fig_cpt(grille, 5, 7) +++++ retourne 0
            3 - fig_cpt(grille, 5, 8) +++++ retourne 0
            3 - fig_cpt(grille, 5, 6) +++++ retourne 0
            3 - fig_cpt(grille, 6, 8) +++++ retourne 0
            3 - fig_cpt(grille, 6, 6)
                4 - fig_cpt(grille, 5, 6) +++++ retourne 0
                4 - fig_cpt(grille, 5, 7) +++++ retourne 0
                4 - fig_cpt(grille, 5, 5) +++++ retourne 0
                4 - fig_cpt(grille, 6, 7) +++++ retourne 0
                4 - fig_cpt(grille, 6, 5) +++++ retourne 0
                4 - fig_cpt(grille, 7, 7) +++++ retourne 0
                4 - fig_cpt(grille, 7, 6) +++++ retourne 0
                4 - fig_cpt(grille, 7, 5)
```

Blob : trace de l'exécution

```
                    5 - fig_cpt(grille, 6, 5) +++++ retourne 0
                    5 - fig_cpt(grille, 6, 6) +++++ retourne 0
                    5 - fig_cpt(grille, 6, 4) +++++ retourne 0
                    5 - fig_cpt(grille, 7, 6) +++++ retourne 0
                    5 - fig_cpt(grille, 7, 4) +++++ retourne 0
                    5 - fig_cpt(grille, 8, 6) +++++ retourne 0
                    5 - fig_cpt(grille, 8, 5) +++++ retourne 0
                    5 - fig_cpt(grille, 8, 4) +++++ retourne 0

                  4 retour ---  1

               3 retour ---  2
               3 - fig_cpt(grille, 7, 8) +++++ retourne 0
               3 - fig_cpt(grille, 7, 7) +++++ retourne 0
               3 - fig_cpt(grille, 7, 6) +++++ retourne 0

          2 retour ---  3
```

Blob : trace de l'exécution

```
        2 - fig_cpt(grille, 6, 8) +++++ retourne 0
        2 - fig_cpt(grille, 6, 6) +++++ retourne 0
        2 - fig_cpt(grille, 7, 8) +++++ retourne 0
        2 - fig_cpt(grille, 7, 6) +++++ retourne 0
        2 - fig_cpt(grille, 8, 8) +++++ retourne 0
        2 - fig_cpt(grille, 8, 7) +++++ retourne 0
        2 - fig_cpt(grille, 8, 6) +++++ retourne 0

    1 retour ---  4

Le nombre de cellule dans la figure est 4
```

Blob : trace de l'exécution

```
Voici la grille.

1 1 0 0 0 1 1 1
1 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 1
1 0 0 1 1 0 0 0
1 0 1 1 1 1 0 0
1 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 1 1
1 1 0 0 0 1 0 1
```

Blob : trace de l'exécution

```
Entrer les coordonnees en X et en Y : 0  0
Premier appel -> fig_cpt(grille, 0, 0)
1 - fig_cpt(grille, 0, 0)
  2 - fig_cpt(grille, -1, 0)  ++++ retour 0
  2 - fig_cpt(grille, -1, 1)  ++++ retour 0
  2 - fig_cpt(grille, -1, -1) ++++ retour 0
  2 - fig_cpt(grille, 0, 1)
    3 - fig_cpt(grille, -1, 1) ++++ retour 0
    3 - fig_cpt(grille, -1, 2) ++++ retour 0
    3 - fig_cpt(grille, -1, 0) ++++ retour 0
    3 - fig_cpt(grille, 0, 2)  ++++ retour 0
    3 - fig_cpt(grille, 0, 0)  ++++ retour 0
    3 - fig_cpt(grille, 1, 2)  ++++ retour 0
    3 - fig_cpt(grille, 1, 1)
      4 - fig_cpt(grille, 0, 1) ++++ retour 0
      4 - fig_cpt(grille, 0, 2) ++++ retour 0
      4 - fig_cpt(grille, 0, 0) ++++ retour 0
      4 - fig_cpt(grille, 1, 2) ++++ retour 0
      4 - fig_cpt(grille, 1, 0)
```

Blob : trace de l'exécution

```
5 - fig_cpt(grille, 0, 0)  ++++ retour 0
5 - fig_cpt(grille, 0, 1)  ++++ retour 0
5 - fig_cpt(grille, 0, -1) ++++ retour 0
5 - fig_cpt(grille, 1, 1)  ++++ retour 0
5 - fig_cpt(grille, 1, -1) ++++ retour 0
5 - fig_cpt(grille, 2, 1)  ++++ retour 0
5 - fig_cpt(grille, 2, 0)
  6 - fig_cpt(grille, 1, 0)  ++++ retour 0
  6 - fig_cpt(grille, 1, 1)  ++++ retour 0
  6 - fig_cpt(grille, 1, -1) ++++ retour 0
  6 - fig_cpt(grille, 2, 1)  ++++ retour 0
  6 - fig_cpt(grille, 2, -1) ++++ retour 0
  6 - fig_cpt(grille, 3, 1)  ++++ retour 0
  6 - fig_cpt(grille, 3, 0)
    7 - fig_cpt(grille, 2, 0)  ++++ retour 0
    7 - fig_cpt(grille, 2, 1)  ++++ retour 0
    7 - fig_cpt(grille, 2, -1) ++++ retour 0
    7 - fig_cpt(grille, 3, 1)  ++++ retour 0
    7 - fig_cpt(grille, 3, -1) ++++ retour 0
    7 - fig_cpt(grille, 4, 1)  ++++ retour 0
    7 - fig_cpt(grille, 4, 0)
```

Blob : trace de l'exécution

```
8 - fig_cpt(grille, 3, 0)  ++++ retour 0
8 - fig_cpt(grille, 3, 1)  ++++ retour 0
8 - fig_cpt(grille, 3, -1) ++++ retour 0
8 - fig_cpt(grille, 4, 1)  ++++ retour 0
8 - fig_cpt(grille, 4, -1) ++++ retour 0
8 - fig_cpt(grille, 5, 1)  ++++ retour 0
8 - fig_cpt(grille, 5, 0)
  9 - fig_cpt(grille, 4, 0)  ++++ retour 0
  9 - fig_cpt(grille, 4, 1)  ++++ retour 0
  9 - fig_cpt(grille, 4, -1) ++++ retour 0
  9 - fig_cpt(grille, 5, 1)  ++++ retour 0
  9 - fig_cpt(grille, 5, -1) ++++ retour 0
  9 - fig_cpt(grille, 6, 1)  ++++ retour 0
  9 - fig_cpt(grille, 6, 0)
    10 - fig_cpt(grille, 5, 0)  ++++ retour 0
    10 - fig_cpt(grille, 5, 1)  ++++ retour 0
    10 - fig_cpt(grille, 5, -1) ++++ retour 0
    10 - fig_cpt(grille, 6, 1)  ++++ retour 0
    10 - fig_cpt(grille, 6, -1) ++++ retour 0
    10 - fig_cpt(grille, 7, 1)
```

Blob : trace de l'exécution

```
11 - fig_cpt(grille, 6, 1) ++++ retour 0
11 - fig_cpt(grille, 6, 2) ++++ retour 0
11 - fig_cpt(grille, 6, 0) ++++ retour 0
11 - fig_cpt(grille, 7, 2) ++++ retour 0
11 - fig_cpt(grille, 7, 0)
   12 - fig_cpt(grille, 6, 0)  +++ retour 0
   12 - fig_cpt(grille, 6, 1)  +++ retour 0
   12 - fig_cpt(grille, 6, -1) +++ retour 0
   12 - fig_cpt(grille, 7, 1)  +++ retour 0
   12 - fig_cpt(grille, 7, -1) +++ retour 0
   12 - fig_cpt(grille, 8, 1)  +++ retour 0
   12 - fig_cpt(grille, 8, 0)  +++ retour 0
   12 - fig_cpt(grille, 8, -1) +++ retour 0
11 retour ---  1
11 - fig_cpt(grille, 8, 2) ++++ retour 0
11 - fig_cpt(grille, 8, 1) ++++ retour 0
11 - fig_cpt(grille, 8, 0) ++++ retour 0
```

Blob : trace de l'exécution

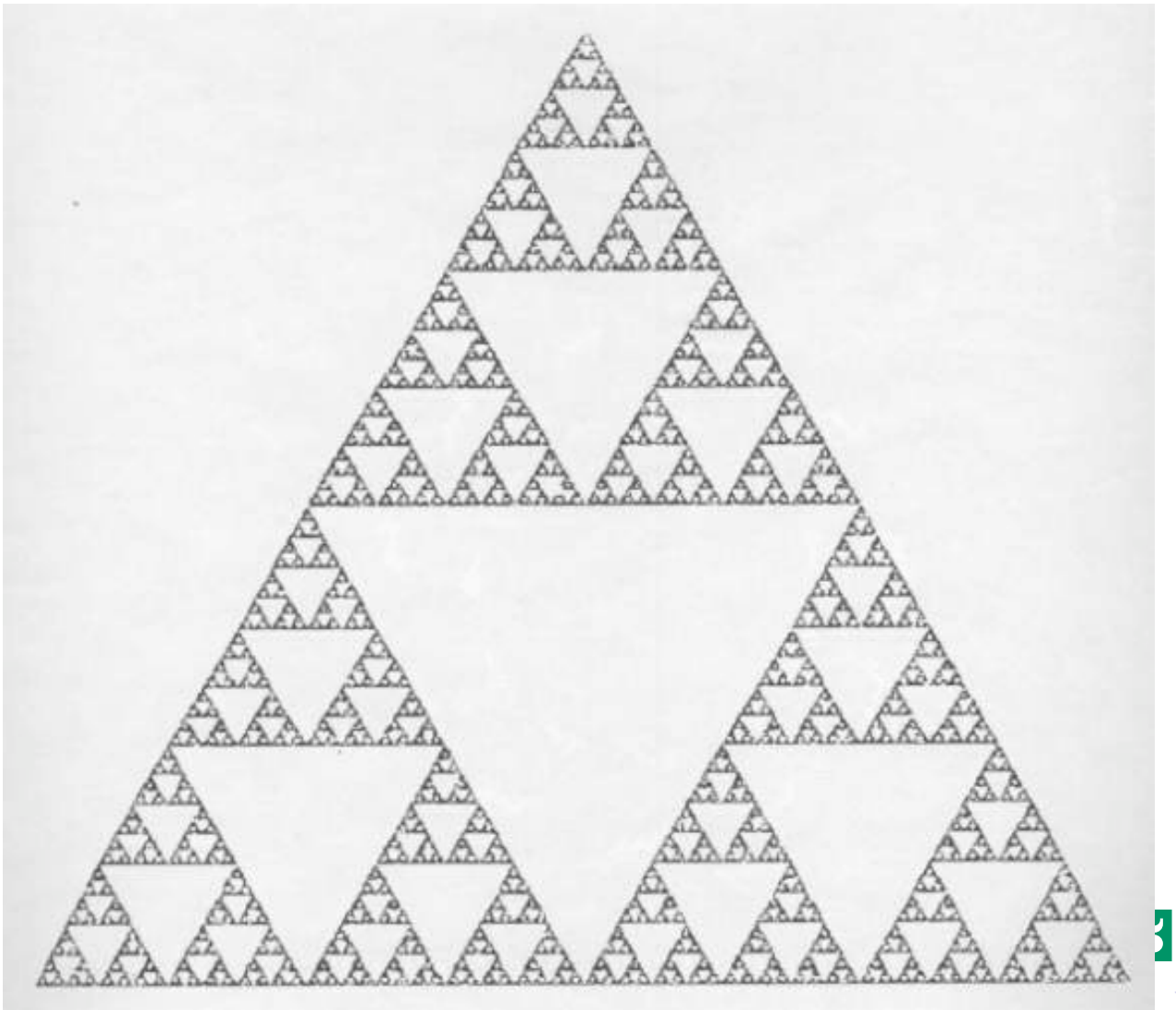
```
                  10 retour ---  2
                  10 - fig_cpt(grille, 7, 0)  ++++ retour 0
                  10 - fig_cpt(grille, 7, -1) ++++ retour 0
                9 retour ---  3
                9 - fig_cpt(grille, 6, -1) ++++ retour 0
              8 retour ---  4
              8 - fig_cpt(grille, 5, -1) ++++ retour 0
            7 retour ---  5
            7 - fig_cpt(grille, 4, -1) ++++ retour 0
          6 retour ---  6
          6 - fig_cpt(grille, 3, -1) ++++ retour 0
        5 retour ---  7
        5 - fig_cpt(grille, 2, -1) ++++ retour 0
      4 retour ---  8
      4 - fig_cpt(grille, 2, 2) ++++ retour 0
      4 - fig_cpt(grille, 2, 1) ++++ retour 0
      4 - fig_cpt(grille, 2, 0) ++++ retour 0
```

Blob : trace de l'exécution

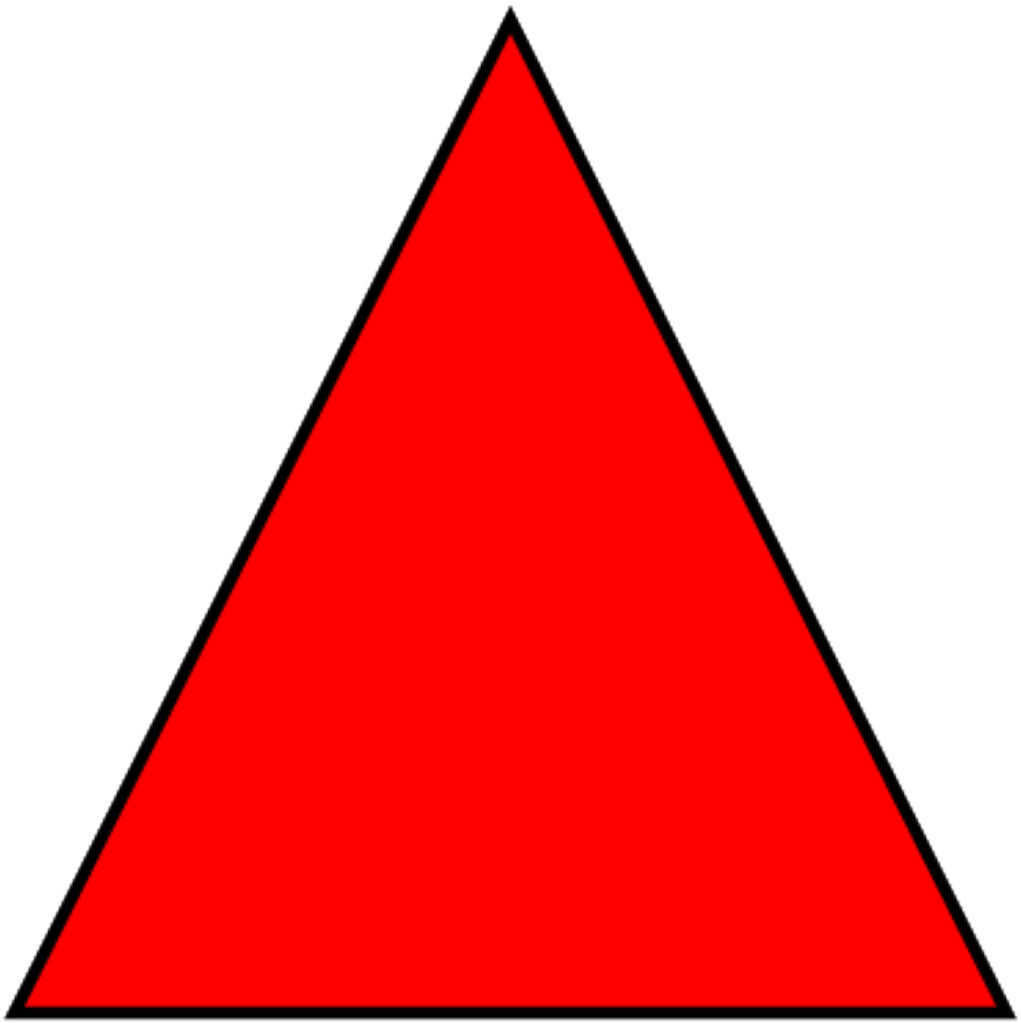
```
    3 retour ---  9
    3 - fig_cpt(grille, 1, 0) ++++ retour 0
  2 retour ---  10
  2 - fig_cpt(grille, 0, -1) ++++ retour 0
  2 - fig_cpt(grille, 1, 1)  ++++ retour 0
  2 - fig_cpt(grille, 1, 0)  ++++ retour 0
  2 - fig_cpt(grille, 1, -1) ++++ retour 0
1 retour ---  11
Le nombre de cellule dans la figure est 11
```

Récursivité

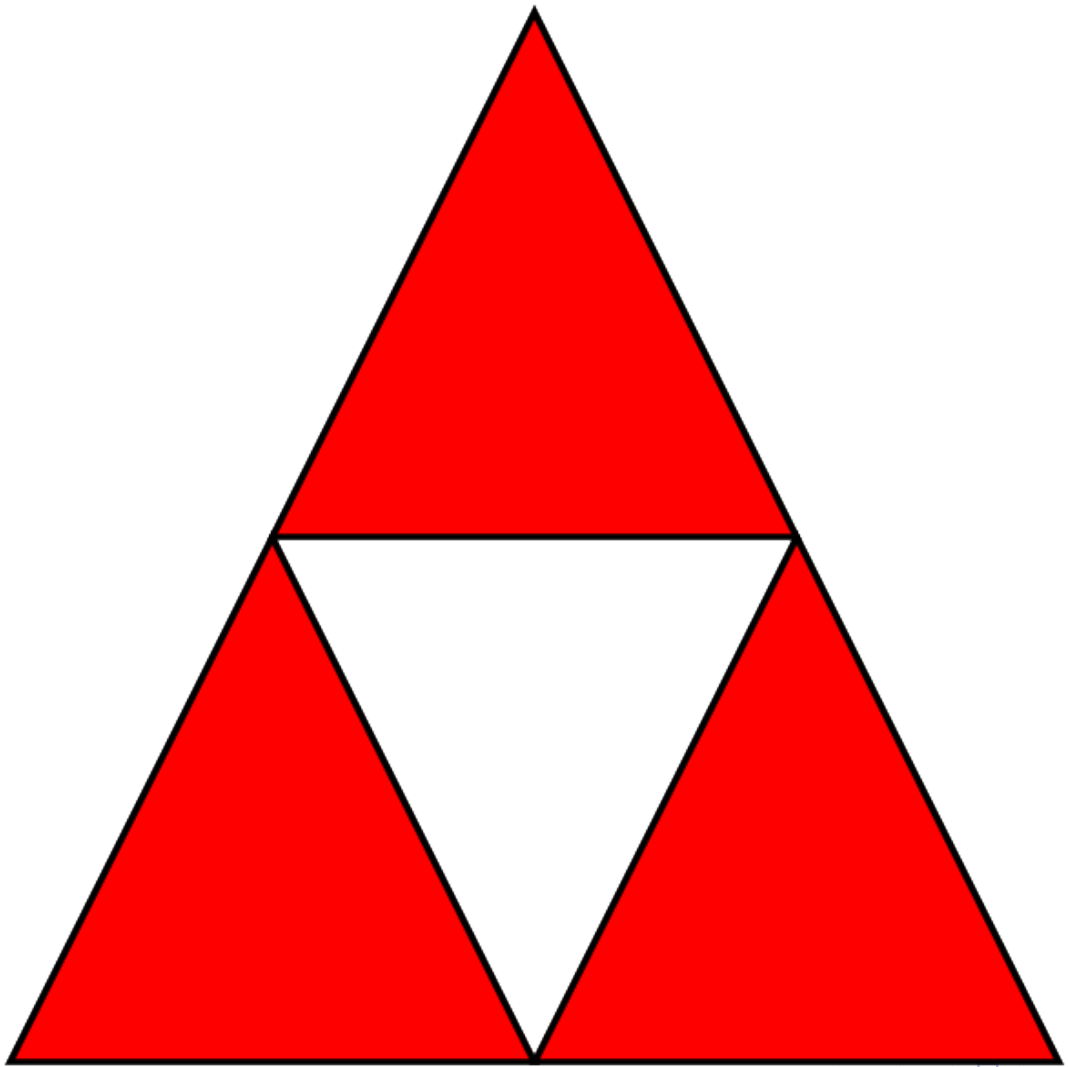
Sierpinski Gasket : description



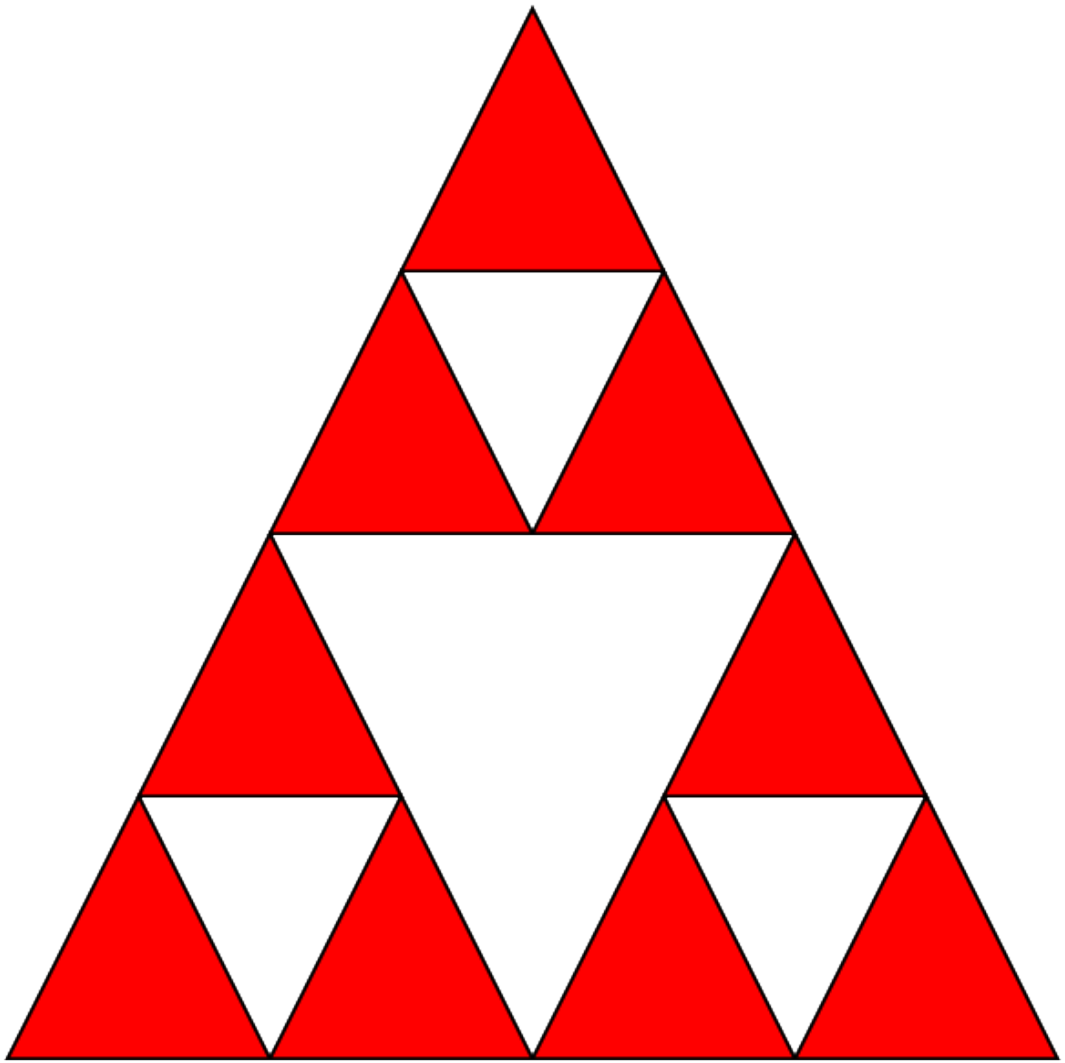
Sierpinski Gasket : description



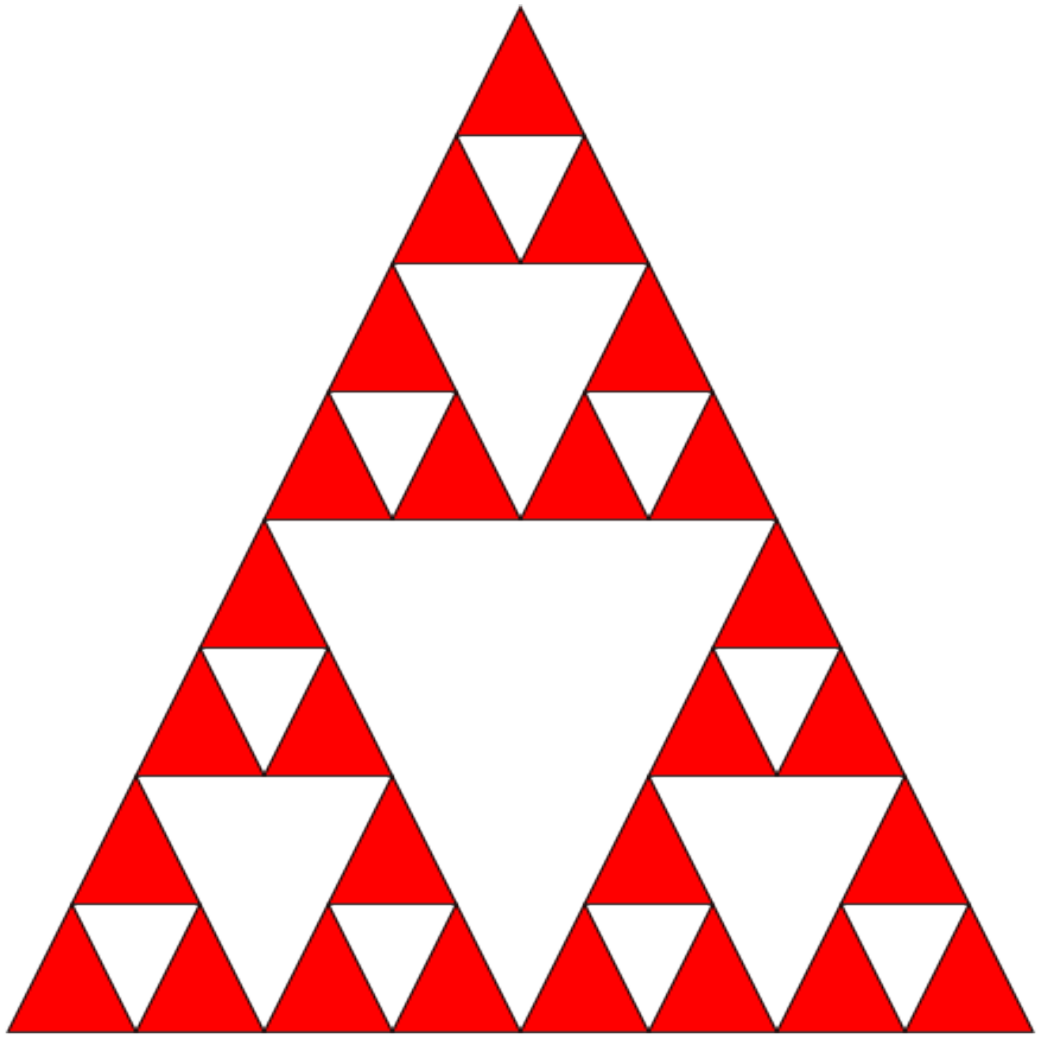
Sierpinski Gasket : description



Sierpinski Gasket : description



Sierpinski Gasket : description



Sierpinski Gasket : implémentation

```
drawGasket(point p1, point p2, point p3, int level)
{
     if ( level == 0 )
     {
          // dessiner un triangle plein
          drawTriangle(p1, p2, p3);
     }
     else
     {
          // faire les trois sous-paniers de Sierpinski
          level = level - 1;
          drawGasket(p1, (p1 + p2)/2, (p1 + p3)/2, level);
          drawGasket((p2 + p1)/2, p2, (p2 + p3)/2, level);
          drawGasket((p3 + p1)/2, (p3 + p2)/2, p3, level);
     }
}
```

Arbre fractal

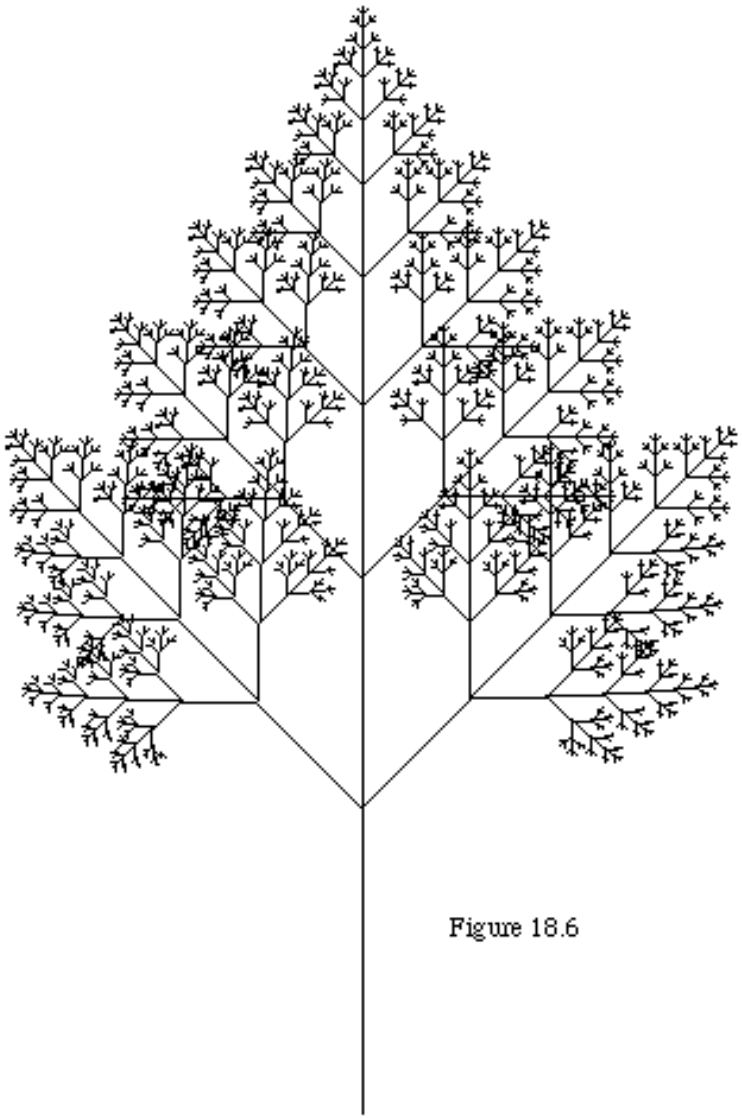


Figure 18.6

Exercice

1. Écrivez un programme récursif qui compte le nombre de chemins pour traverser un labyrinthe. Le labyrinthe est représenté par un grille de 8 X 8. Un chemin permet de traverser le labyrinthe de la case (0,0) jusqu'à la case (7,7).

Exercice

1. Écrivez un programme récursif qui compte le nombre de chemins pour traverser un labyrinthe. Le labyrinthe est représenté par un grille de 8 X 8. Un chemin permet de traverser le labyrinthe de la case (0,0) jusqu'à la case (7,7).
2. Écrivez un programme récursif qui implante la recherche dichotomique.

Exercice

1. Écrivez un programme récursif qui compte le nombre de chemins pour traverser un labyrinthe. Le labyrinthe est représenté par un grille de 8 X 8. Un chemin permet de traverser le labyrinthe de la case (0,0) jusqu'à la case (7,7).
2. Écrivez un programme récursif qui implante la recherche dichotomique.
3. Écrivez un programme récursif qui trouve le « plus grand commun diviseur » .

Exercice

1. Écrivez un programme récursif qui compte le nombre de chemins pour traverser un labyrinthe. Le labyrinthe est représenté par un grille de 8 X 8. Un chemin permet de traverser le labyrinthe de la case (0,0) jusqu'à la case (7,7).
2. Écrivez un programme récursif qui implante la recherche dichotomique.
3. Écrivez un programme récursif qui trouve le « plus grand commun diviseur » .
4. Écrivez un programme récursif qui inverse une chaîne.

Exercice

1. Écrivez un programme récursif qui compte le nombre de chemins pour traverser un labyrinthe. Le labyrinthe est représenté par un grille de 8 X 8. Un chemin permet de traverser le labyrinthe de la case (0,0) jusqu'à la case (7,7).
2. Écrivez un programme récursif qui implante la recherche dichotomique.
3. Écrivez un programme récursif qui trouve le « plus grand commun diviseur » .
4. Écrivez un programme récursif qui inverse une chaîne.
5. Écrivez un programme récursif qui détermine si une chaîne est un palindrome.

Exercice

1. Écrivez un programme récursif qui compte le nombre de chemins pour traverser un labyrinthe. Le labyrinthe est représenté par un grille de 8 X 8. Un chemin permet de traverser le labyrinthe de la case (0,0) jusqu'à la case (7,7).
2. Écrivez un programme récursif qui implante la recherche dichotomique.
3. Écrivez un programme récursif qui trouve le ≪ plus grand commun diviseur ≫ .
4. Écrivez un programme récursif qui inverse une chaîne.
5. Écrivez un programme récursif qui détermine si une chaîne est un palindrome.
6. Écrivez un programme récursif qui fait la somme des éléments d'une liste.